

# Тест по Математике

2012

## Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам представляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.**

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

**На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.**

**Желаем успеха!**

---

**Задача 1****1 балл**

Найти значение выражения  $p^2 - 2pq + q^2$  при  $p = 23$  и  $q = 3$ .

а) 200

б) 300

в) 400

г) 500

---

**Задача 2****1 балл**

Чему равно  $n$ , если  $3,56 \cdot 10^n = 3560$ ?

а) 2

б) 3

в) 4

г) 5

---

**Задача 3****1 балл**

Сплав золота и серебра содержит 1,6г золота и 2,4г серебра. Сколько процентов серебра содержит сплав?

а) 25%

б) 48%

в) 60%

г) 64%

---

**Задача 4****1 балл**

В треугольнике  $ABC$  найти длину отрезка, соединяющего середины сторон  $AB$  и  $AC$ , если  $BC = 3$ .

- а) 1                      б) 1,5                      в) 2,5                      г) 3

---

**Задача 5****1 балл**

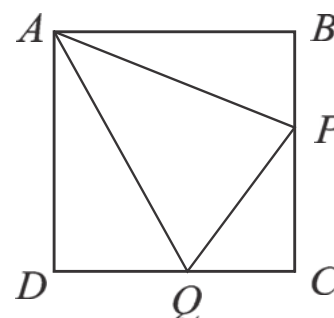
В равнобедренной трапеции отношение наибольшего и наименьшего углов равно 3. Чему равна величина наименьшего угла этой трапеции?

- а)  $22,5^\circ$                       б)  $30^\circ$                       в)  $45^\circ$                       г)  $60^\circ$

---

**Задача 6****1 балл**

Сторона квадрата  $ABCD$  равна 8. В него вписан треугольник  $APQ$  так, что точки  $P$  и  $Q$  расположены на сторонах  $BC$  и  $CD$ , соответственно. Найти длину стороны  $PQ$ , если  $BP = 3$ ,  $DQ = 4$ .



- а)  $\sqrt{30}$                       б) 6                      в) 7                      г)  $\sqrt{41}$

---

**Задача 7****1 балл**Найти наибольшее натуральное число, которое меньше  $\sqrt[3]{52}$ .

а) 2

б) 3

в) 4

г) 5

---

**Задача 8****1 балл**Какое из нижеперечисленных равенств истинно для всех таких ненулевых чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и $d$ , для которых  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ?

а)  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

б)  $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$

в)  $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$

г)  $\frac{abc}{d} = \frac{bcd}{a}$

---

**Задача 9****1 балл**Найти пересечение множеств  $A$  и  $B$ , если  $A = \{-3; -1; 0; 2; 5; 9\}$  и  $B = \{-10; -1; 0; 5; 11\}$ .а)  $\emptyset$ б)  $\{-1; 0; 5\}$ в)  $\{-3; -1; 0; 2; 5; 9\}$ г)  $\{-10; -3; -1; 0; 2; 5; 9; 11\}$

---

**Задача 10****1 балл**

Найти  $k$ , если квадратный трехчлен  $x^2 + kx + 5$  представлен в виде произведения  $(x+1)(x+c)$ , где  $k$  и  $c$  - неизвестные числа.

а) 0

б) 5

в) 6

г) 2

---

**Задача 11****1 балл**

Длины диагоналей параллелограмма равны 6 и 12. Одна из диагоналей делит угол параллелограмма пополам. Найти периметр этого параллелограмма.

а)  $24\sqrt{3}$ б)  $12\sqrt{5}$ 

в) 36

г)  $16\sqrt{2}$ 

---

**Задача 12****1 балл**

Сколько стоит проезд 10-ти километров на такси, если проезд первого  $\frac{1}{4}$  км стоит 1 лари, а стоимость проезда каждого последующего  $\frac{1}{4}$  км равна 20 тетри?

а) 8 лари

б) 8 лари и 80 тетри

в) 9 лари

г) 9 лари и 60 тетри

---

**Задача 13****1 балл**

Во сколько раз площадь боковой поверхности цилиндра больше площади осевого сечения этого цилиндра?

- а) 4                      б) 2                      в)  $\frac{1}{\pi}$                       г)  $\pi$

---

**Задача 14****1 балл**

При каком значении параметра  $a$  уравнения

$$\frac{x+2}{2} = \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad \frac{1}{8x-5} = \frac{1}{5x+a}$$

имеют одинаковые множества решений?

- а) 3                      б) -3                      в) 9                      г) -9

---

**Задача 15****1 балл**

Натуральному числу  $a$  справа приписали цифру 2. Чему равно полученное число?

- а)  $\frac{a+2}{10}$                       б)  $10a-2$                       в)  $a+2$                       г)  $10a+2$

---

**Задача 16****1 балл**

Какое из нижеперечисленных неравенств **ложно**, если  $a < b < c$ ,  $b < 0$  и  $a \cdot b \cdot c > 0$ ?

а)  $c > a + b$

б)  $ab < bc$

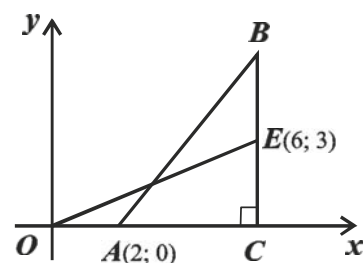
в)  $ac < bc$

г)  $ac < ab$

---

**Задача 17****1 балл**

На рисунке изображена прямоугольная система координат. Опираясь на рисунок, найти координаты точки  $B$ , если точка  $E$  находится на отрезке  $BC$  и  $\angle BAC = \angle OEC$ .



а) (3; 6)

б) (6; 6)

в) (6; 8)

г) (6; 9)

---

**Задача 18****1 балл**

Вероятности того, что Георгий и Лия сдадут экзамен по математике, равны соответственно 0,3 и 0,4. Известно, что эти события независимые. Чему равна вероятность того, что хотя бы один из них сдаст экзамен?

а) 0,58

б) 0,28

в) 0,5

г) 0,7

---

**Задача 19****1 балл**

Какая из нижеперечисленных функций является четной?

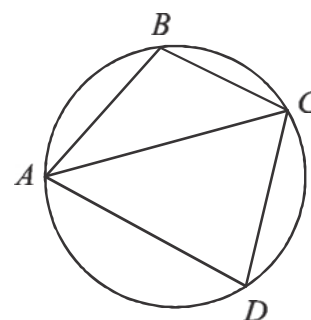
- а)  $y = x^3$
- б)  $y = x^2 + x + 5$
- в)  $y = \log_2 x$
- г)  $y = |x| - 3$

---

**Задача 20****1 балл**Диагонали параллелограмма равны 10 и 12, а угол между ними равен  $30^\circ$ . Найти длину большей стороны параллелограмма.

- а)  $\sqrt{61}$
- б)  $\sqrt{31}$
- в)  $\sqrt{61 - 15\sqrt{6}}$
- г)  $\sqrt{61 + 30\sqrt{3}}$

---

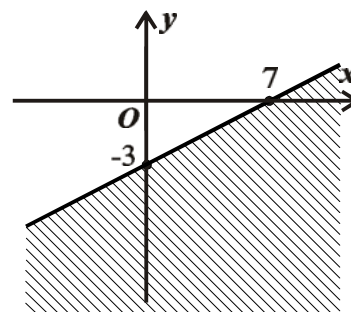
**Задача 21****1 балл**Вершины четырехугольника  $ABCD$  лежат на окружности (см. рисунок). Найти градусную меру угла  $BCA$ , если известно, что  $\angle BAC = 50^\circ$  и  $\angle ADC = 80^\circ$ .

- а)  $15^\circ$
- б)  $30^\circ$
- в)  $50^\circ$
- г)  $65^\circ$



**Задача 22****1 балл**

Опираясь на рисунок определите множество решений какого из нижеперечисленных неравенств изображено на координатной плоскости  $Oxy$  в виде заштрихованной области.



- а)  $7y - 3x \leq -21$
- б)  $7y - 3x \geq -21$
- в)  $3y - 7x \leq 21$
- г)  $3y - 7x \geq 21$

**Задача 23****1 балл**

Решите неравенство  $\frac{1}{x-3} < 5$ .

- а)  $(16/5; +\infty)$
- б)  $(3; 16/5)$
- в)  $(-\infty; 3)$
- г)  $(-\infty; 3) \cup (16/5; +\infty)$

**Задача 24****1 балл**

Найти угол между векторами  $\vec{a} = (1; \sqrt{3})$  и  $\vec{b} = (1; -\sqrt{3})$ .

- а)  $180^\circ$
- б)  $60^\circ$
- в)  $120^\circ$
- г)  $150^\circ$

---

**Задача 25****1 балл**

Если  $L$  и  $M$  - несовпадающие параллельные плоскости, а плоскость  $N$  пересекает плоскости  $L$  и  $M$  по прямым  $a$  и  $b$ , соответственно, то

- а)  $a$  и  $b$  параллельные прямые
- б)  $a$  и  $b$  скрещивающиеся прямые
- в) прямые  $a$  и  $b$  пересекаются в точке, лежащей на плоскости  $M$
- г) прямые  $a$  и  $b$  пересекаются в точке, лежащей на плоскости  $N$

---

**Задача 26****1 балл**

Чему равен  $\log_{10} \frac{\sqrt{a}}{b}$ , если  $\log_{10} a = 2$  и  $\log_{10} b = 3$ ?

- а)  $-2$
- б)  $-3$
- в)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- г)  $\log_{10} \frac{\sqrt{2}}{3}$

---

**Задача 27****1 балл**

Площадь правильного шестиугольника  $ABCDEF$  равна 6. Чему равна площадь треугольника  $ACE$ ?

- а) 3
- б)  $6(\sqrt{3}-1)$
- в)  $3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$
- г) 4

---

**Задача 28****1 балл**

Члены последовательности натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  удовлетворяют соотношению  $a_{k+1} = 2a_k + 1$  при  $k \geq 1$ . Найти второй член этой последовательности, если известно, что последовательность содержит только одно четное число, равное 12-ти.

а) 11

б) 12

в) 25

г) 51

---

**Задача 29****1 балл**

Найти наименьшее значение функции  $f(x) = 1 - (\sin x + \cos x)^2$ , определенной на множестве действительных чисел.

а) -1

б) 0

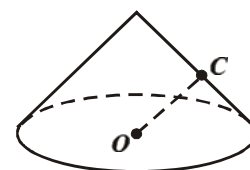
в)  $-\sqrt{3}$ 

г) 1

---

**Задача 30****1 балл**

Перпендикуляр  $OC$  опущенный из центра основания конуса на образующую делит образующую пополам. Найти площадь боковой поверхности этого конуса, если длина отрезка  $OC$  равна 3 см.

а)  $18\pi\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>б)  $9\pi\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>в)  $24\pi\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>г)  $24\pi\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>

---

**Задача 31****2 балла**

Гиа имеет 28 монет достоинством в 2 и 5 тетри суммарной стоимостью 89 тетри. Сколько монет достоинством в 2 тетри имеет Гиа?

---

**Задача 32****2 балла**

Решить квадратное неравенство

$$x^2 - 11x + 4 < 0.$$

---

**Задача 33****2 балла**

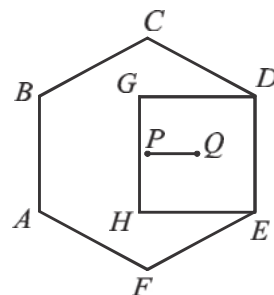
Вершины прямоугольника лежат на окружности радиуса 6 см. Одна из сторон прямоугольника равна радиусу этой окружности. Найти другую сторону прямоугольника.

---

**Задача 34****2 балла**

Найти значения параметров  $k$  и  $b$  в уравнении  $y = kx + b$ , если известно, что прямая, определенная этим уравнением, пересекает оси прямоугольной системы координат  $Oxy$  в точках  $(5; 0)$  и  $(0; 3)$ .

Правильный шестиугольник  $ABCDEF$  и квадрат  $DGHE$  имеют общую сторону  $DE$  (см. рисунок). Найти площадь этого шестиугольника, если  $PQ = 2$ , где  $P$  - центр правильного шестиугольника, а  $Q$  - центр квадрата.



---

**Задача 36****3 балла**

Медиана трех числовых данных на 5 больше наименьшего из данных и на 9 меньше наибольшего из данных. На сколько средняя этих данных больше их медианы?

---

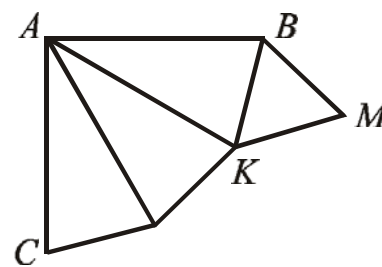
**Задача 37****3 балла**

Решить уравнение

$$\log_2(x-6) + \log_2(x+10) = 4.$$

**Задача 38****4 балла**

На рисунке изображена развертка правильной треугольной пирамиды на плоскости. Найти высоту этой пирамиды, опущенную на основание  $BMK$ , если  $BC = 4$ , а  $\angle CAB = 90^\circ$ .





---

**Задача 39****4 балла**

Велосипедист каждую минуту отстает от мотоциклиста на 500 метров, поэтому на прохождение 52 км ему требуется на 2 часа и 42 минуты больше, чем мотоциклисту. Найти скорости велосипедиста и мотоциклиста, если они двигались с постоянными скоростями.

---

**Задача 40****4 балла**

Для каждого значения параметра  $a$  из интервала  $(-5; 2)$  рассмотрим в прямоугольной системе координат  $Oxy$  фигуру, определенную множеством решений системы неравенств

$$\begin{cases} 5 + a - |2y| \geq 0 \\ |x| \leq \frac{|a-2|}{2}. \end{cases}$$

Найти наибольшую площадь, которую может иметь эта фигура, и установить значение параметра  $a$ , при котором достигается эта наибольшая площадь.