

Тест по Математике

2012

Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам представляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.

Желаем успеха!

Задача 1**1 балл**

Найти значение выражения $p^2 - 2pq + q^2$ при $p = 23$ и $q = 3$.

а) 200

б) 300

в) 400

г) 500

Задача 2**1 балл**

Чему равно n , если $3,56 \cdot 10^n = 3560$?

а) 2

б) 3

в) 4

г) 5

Задача 3**1 балл**

Сплав золота и серебра содержит 1,6г золота и 2,4г серебра. Сколько процентов серебра содержит сплав?

а) 25%

б) 48%

в) 60%

г) 64%

Задача 4**1 балл**

В треугольнике ABC найти длину отрезка, соединяющего середины сторон AB и AC , если $BC = 3$.

- а) 1 б) 1,5 в) 2,5 г) 3

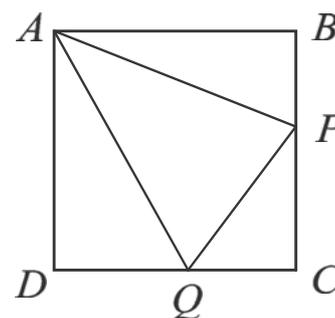
Задача 5**1 балл**

В равнобедренной трапеции отношение наибольшего и наименьшего углов равно 3. Чему равна величина наименьшего угла этой трапеции?

- а) $22,5^\circ$ б) 30° в) 45° г) 60°

Задача 6**1 балл**

Сторона квадрата $ABCD$ равна 8. В него вписан треугольник APQ так, что точки P и Q расположены на сторонах BC и CD , соответственно. Найти длину стороны PQ , если $BP = 3$, $DQ = 4$.



- а) $\sqrt{30}$ б) 6 в) 7 г) $\sqrt{41}$

Задача 7**1 балл**Найти наибольшее натуральное число, которое меньше $\sqrt[3]{52}$.

а) 2

б) 3

в) 4

г) 5

Задача 8**1 балл**Какое из нижеперечисленных равенств истинно для всех таких ненулевых чисел a , b , c и d , для которых $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?

а) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

б) $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$

в) $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$

г) $\frac{abc}{d} = \frac{bcd}{a}$

Задача 9**1 балл**Найти пересечение множеств A и B , если $A = \{-3; -1; 0; 2; 5; 9\}$ и $B = \{-10; -1; 0; 5; 11\}$.а) \emptyset б) $\{-1; 0; 5\}$ в) $\{-3; -1; 0; 2; 5; 9\}$ г) $\{-10; -3; -1; 0; 2; 5; 9; 11\}$

Задача 10**1 балл**

Найти k , если квадратный трехчлен $x^2 + kx + 5$ представлен в виде произведения $(x+1)(x+c)$, где k и c - неизвестные числа.

а) 0

б) 5

в) 6

г) 2

Задача 11**1 балл**

Длины диагоналей параллелограмма равны 6 и 12. Одна из диагоналей делит угол параллелограмма пополам. Найти периметр этого параллелограмма.

а) $24\sqrt{3}$ б) $12\sqrt{5}$

в) 36

г) $16\sqrt{2}$

Задача 12**1 балл**

Сколько стоит проезд 10-ти километров на такси, если проезд первого $\frac{1}{4}$ км стоит 1 лари, а стоимость проезда каждого последующего $\frac{1}{4}$ км равна 20 тетри?

а) 8 лари

б) 8 лари и 80 тетри

в) 9 лари

г) 9 лари и 60 тетри

Задача 13**1 балл**

Во сколько раз площадь боковой поверхности цилиндра больше площади осевого сечения этого цилиндра?

- а) 4 б) 2 в) $\frac{1}{\pi}$ г) π

Задача 14**1 балл**

При каком значении параметра a уравнения

$$\frac{x+2}{2} = \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad \frac{1}{8x-5} = \frac{1}{5x+a}$$

имеют одинаковые множества решений?

- а) 3 б) -3 в) 9 г) -9

Задача 15**1 балл**

Натуральному числу a справа приписали цифру 2. Чему равно полученное число?

- а) $\frac{a+2}{10}$ б) $10a-2$ в) $a+2$ г) $10a+2$

Задача 16**1 балл**

Какое из нижеперечисленных неравенств **ложно**, если $a < b < c$, $b < 0$ и $a \cdot b \cdot c > 0$?

а) $c > a + b$

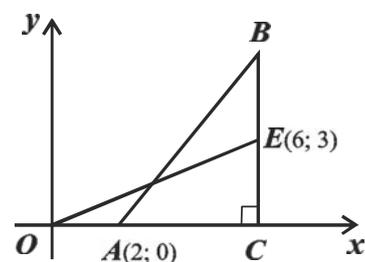
б) $ab < bc$

в) $ac < bc$

г) $ac < ab$

Задача 17**1 балл**

На рисунке изображена прямоугольная система координат. Опираясь на рисунок, найти координаты точки B , если точка E находится на отрезке BC и $\angle BAC = \angle OEC$.



а) (3; 6)

б) (6; 6)

в) (6; 8)

г) (6; 9)

Задача 18**1 балл**

Вероятности того, что Георгий и Лия сдадут экзамен по математике, равны соответственно 0,3 и 0,4. Известно, что эти события независимые. Чему равна вероятность того, что хотя бы один из них сдаст экзамен?

а) 0,58

б) 0,28

в) 0,5

г) 0,7

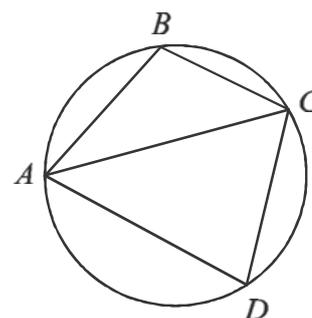
Задача 19**1 балл**

Какая из нижеперечисленных функций является четной?

- а) $y = x^3$
- б) $y = x^2 + x + 5$
- в) $y = \log_2 x$
- г) $y = |x| - 3$

Задача 20**1 балл**Диагонали параллелограмма равны 10 и 12, а угол между ними равен 30° . Найти длину большей стороны параллелограмма.

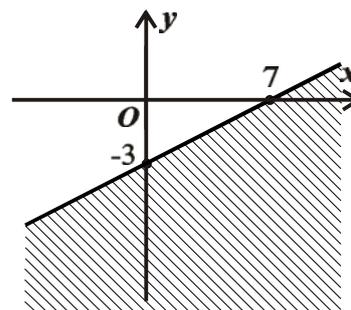
- а) $\sqrt{61}$
- б) $\sqrt{31}$
- в) $\sqrt{61 - 15\sqrt{6}}$
- г) $\sqrt{61 + 30\sqrt{3}}$

Задача 21**1 балл**Вершины четырехугольника $ABCD$ лежат на окружности (см. рисунок). Найти градусную меру угла BCA , если известно, что $\angle BAC = 50^\circ$ и $\angle ADC = 80^\circ$.

- а) 15°
- б) 30°
- в) 50°
- г) 65°

Задача 22**1 балл**

Опираясь на рисунок определите множество решений какого из нижеперечисленных неравенств изображено на координатной плоскости Oxy в виде заштрихованной области.



- а) $7y - 3x \leq -21$
- б) $7y - 3x \geq -21$
- в) $3y - 7x \leq 21$
- г) $3y - 7x \geq 21$

Задача 23**1 балл**

Решите неравенство $\frac{1}{x-3} < 5$.

- а) $(16/5; +\infty)$
- б) $(3; 16/5)$
- в) $(-\infty; 3)$
- г) $(-\infty; 3) \cup (16/5; +\infty)$

Задача 24**1 балл**

Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; \sqrt{3})$ и $\vec{b} = (1; -\sqrt{3})$.

- а) 180°
- б) 60°
- в) 120°
- г) 150°

Задача 25**1 балл**

Если L и M - несовпадающие параллельные плоскости, а плоскость N пересекает плоскости L и M по прямым a и b , соответственно, то

- а) a и b параллельные прямые
- б) a и b скрещивающиеся прямые
- в) прямые a и b пересекаются в точке, лежащей на плоскости M
- г) прямые a и b пересекаются в точке, лежащей на плоскости N

Задача 26**1 балл**

Чему равен $\log_{10} \frac{\sqrt{a}}{b}$, если $\log_{10} a = 2$ и $\log_{10} b = 3$?

- а) -2
- б) -3
- в) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- г) $\log_{10} \frac{\sqrt{2}}{3}$

Задача 27**1 балл**

Площадь правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна 6. Чему равна площадь треугольника ACE ?

- а) 3
- б) $6(\sqrt{3}-1)$
- в) $3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$
- г) 4

Задача 28**1 балл**

Члены последовательности натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n удовлетворяют соотношению $a_{k+1} = 2a_k + 1$ при $k \geq 1$. Найти второй член этой последовательности, если известно, что последовательность содержит только одно четное число, равное 12-ти.

а) 11

б) 12

в) 25

г) 51

Задача 29**1 балл**

Найти наименьшее значение функции $f(x) = 1 - (\sin x + \cos x)^2$, определенной на множестве действительных чисел.

а) -1

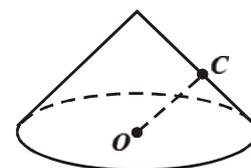
б) 0

в) $-\sqrt{3}$

г) 1

Задача 30**1 балл**

Перпендикуляр OC опущенный из центра основания конуса на образующую делит образующую пополам. Найти площадь боковой поверхности этого конуса, если длина отрезка OC равна 3 см.

а) $18\pi\sqrt{2}$ см²б) $9\pi\sqrt{3}$ см²в) $24\pi\sqrt{2}$ см²г) $24\pi\sqrt{3}$ см²

Задача 31**2 балла**

Гиа имеет 28 монет достоинством в 2 и 5 тетри суммарной стоимостью 89 тетри. Сколько монет достоинством в 2 тетри имеет Гиа?

Задача 32**2 балла**

Решить квадратное неравенство

$$x^2 - 11x + 4 < 0.$$

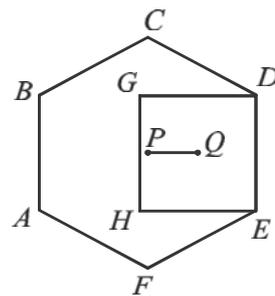
Задача 33**2 балла**

Вершины прямоугольника лежат на окружности радиуса 6 см. Одна из сторон прямоугольника равна радиусу этой окружности. Найти другую сторону прямоугольника.

Задача 34**2 балла**

Найти значения параметров k и b в уравнении $y = kx + b$, если известно, что прямая, определенная этим уравнением, пересекает оси прямоугольной системы координат Oxy в точках $(5; 0)$ и $(0; 3)$.

Правильный шестиугольник $ABCDEF$ и квадрат $DGHE$ имеют общую сторону DE (см. рисунок). Найти площадь этого шестиугольника, если $PQ = 2$, где P - центр правильного шестиугольника, а Q - центр квадрата.



Задача 36**3 балла**

Медиана трех числовых данных на 5 больше наименьшего из данных и на 9 меньше наибольшего из данных. На сколько средняя этих данных больше их медианы?

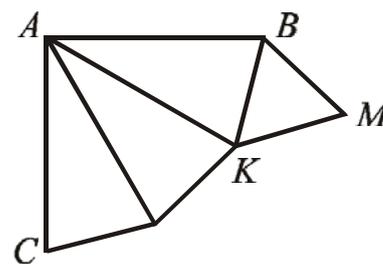
Задача 37**3 балла**

Решить уравнение

$$\log_2(x-6) + \log_2(x+10) = 4.$$

Задача 38**4 балла**

На рисунке изображена развертка правильной треугольной пирамиды на плоскости. Найти высоту этой пирамиды, опущенную на основание BMK , если $BC = 4$, а $\angle CAB = 90^\circ$.



Задача 39**4 балла**

Велосипедист каждую минуту отстает от мотоциклиста на 500 метров, поэтому на прохождение 52 км ему требуется на 2 часа и 42 минуты больше, чем мотоциклисту. Найти скорости велосипедиста и мотоциклиста, если они двигались с постоянными скоростями.

Для каждого значения параметра a из интервала $(-5; 2)$ рассмотрим в прямоугольной системе координат Oxy фигуру, определенную множеством решений системы неравенств

$$\begin{cases} 5 + a - |2y| \geq 0 \\ |x| \leq \frac{|a-2|}{2}. \end{cases}$$

Найти наибольшую площадь, которую может иметь эта фигура, и установить значение параметра a , при котором достигается эта наибольшая площадь.