

# Тест по Математике

2013

## Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам представляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.**

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

**На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.**

**Желаем успеха!**

---

**Задача 1****1 балл**

$$1,6 - \frac{2}{3} =$$

- а) 1                      б)  $\frac{14}{15}$                       в)  $1\frac{1}{2}$                       г)  $\frac{19}{30}$

---

**Задача 2****1 балл**

Число  $a$  при делении на 11 даёт в остатке 3. Какой остаток получится при делении числа  $(2a + 7)$  на 11?

- а) 2                      б) 9                      в) 5                      г) 1

---

**Задача 3****1 балл**

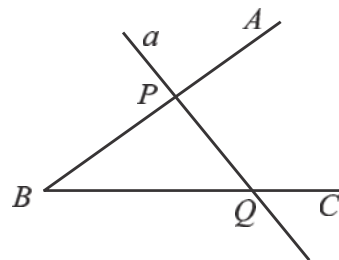
Числитель и знаменатель дроби - положительные числа. Как изменится дробь, если числитель увеличить на 20%, а знаменатель уменьшить на 50%?

- а) Увеличится на 24%  
б) Уменьшится на 30%  
в) Увеличится в 2,4 раза  
г) Увеличится в  $\frac{5}{2}$  раз

---

**Задача 4****1 балл**

Прямая  $a$  пересекает стороны угла  $ABC$  в точках  $P$  и  $Q$  так, как показано на рисунке. Найти величину угла  $ABC$ , если  $\angle APQ = 85^\circ$  и  $\angle PQC = 135^\circ$ .

а)  $30^\circ$ б)  $45^\circ$ в)  $40^\circ$ г)  $50^\circ$ 

---

**Задача 5****1 балл**

Одна из сторон параллелограмма перпендикулярна и равна диагонали параллелограмма. Найти величину наибольшего угла параллелограмма.

а)  $110^\circ$ б)  $120^\circ$ в)  $135^\circ$ г)  $150^\circ$ 

---

**Задача 6****1 балл**

Если некоторое число делится на 4 и на 6, то оно всегда кратно

а) 8

б) 12

в) 15

г) 24

---

**Задача 7****1 балл**

$$4^{-\frac{5}{2}} =$$

а)  $\frac{1}{32}$

б)  $-32$

в)  $\frac{1}{\sqrt[5]{16}}$

г)  $\frac{1}{16}$

---

**Задача 8****1 балл**

Если  $a:2 = b:5$ , то  $\frac{a-2b}{a+3b} =$

а)  $-\frac{1}{4}$

б)  $-\frac{8}{17}$

в)  $-\frac{2}{3}$

г)  $\frac{1}{11}$

---

**Задача 9****1 балл**

Найти значение выражения  $2x^2 - 4xy + 2y^2$ , если  $x - y = 3$ .

а) 18

б) 6

в) 12

г) 9

---

**Задача 10****1 балл**

Фигура, образованная вращением прямоугольной трапеции вокруг большего основания, является

- а) Конусом
- б) Цилиндром
- в) Объединением конуса и цилиндра
- г) Объединением двух конусов

---

**Задача 11****1 балл**

Если выпуклый четырёхугольник имеет центр симметрии, то этот четырёхугольник **обязательно** является

- а) Равнобедренной трапецией
- б) Ромбом
- в) Прямоугольником
- г) Параллелограммом

---

**Задача 12****1 балл**

Из двух станций, расположенных на расстоянии 80 км друг от друга, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Скорость первого поезда составляет  $V$  км/час. С какой скоростью двигался второй поезд, если поезда встретились через  $T$  часов после начала движения?

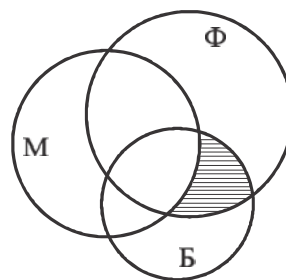
- а)  $\frac{1}{2} \cdot \left( V + \frac{80}{T} \right)$       б)  $\frac{40V + 80}{2T}$       в)  $\frac{80 - VT}{T}$       г)  $\frac{80V}{TV - 40}$

---

**Задача 13**

1 балл

На диаграмме Венна, изображенной на рисунке, круг  $M$  представляет множество тех учеников класса, которые участвовали в математической олимпиаде, круг  $\Phi$  – множество тех учеников, которые участвовали в физической олимпиаде, а круг  $B$  – множество тех учеников, которые участвовали в биологической олимпиаде.



Какое из нижеперечисленных множеств соответствует заштрихованной части диаграммы?

- а) Множество тех учеников, которые не участвуют в математической и биологической олимпиадах и участвуют в физической олимпиаде
- б) Множество тех учеников, которые участвуют в математической и физической олимпиадах и не участвуют в биологической олимпиаде
- в) Множество тех учеников, которые не участвуют в математической и физической олимпиадах и участвуют в биологической олимпиаде
- г) Множество тех учеников, которые участвуют в биологической и физической олимпиадах и не участвуют в математической олимпиаде

---

**Задача 14**

1 балл

Вычислить координаты вектора  $3\vec{a} - 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = (-2; 3)$  и  $\vec{b} = (-5; 1)$ .

- а) (4; 7)                      б) (-16; 7)                      в) (4; -7)                      г) (-16; -7)

---

**Задача 15****1 балл**Расположить по **возрастанию** числа  $a$ ,  $a^2$  и  $a^3$ , если  $-1 < a < 0$ .

а)  $a, a^2, a^3$

б)  $a^2, a, a^3$

в)  $a, a^3, a^2$

г)  $a^3, a, a^2$

---

**Задача 16****1 балл**

Решить неравенство

$$5 - \frac{4-5x}{3} > \frac{3x+5}{4}.$$

а)  $\left(\frac{9}{16}; +\infty\right)$

б)  $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$

в)  $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$

г)  $\left(-\frac{29}{11}; +\infty\right)$

---

**Задача 17****1 балл**Для какого значения параметра  $a$  точка  $N(a; 4a + a^2)$  расположена на графике функции  $y = x^2 - 5x + 3$ ?

а) 1

б)  $\frac{4}{3}$

в)  $\frac{1}{3}$

г) -1

---

**Задача 18****1 балл**

В классе 25 учеников. Из них 80% получили семестровую оценку 7 баллов или больше. Чему равна вероятность того, что из двух случайно выбранных учеников оба получили оценку меньше 7 баллов?

а)  $\frac{1}{30}$

б)  $\frac{19}{30}$

в)  $\frac{1}{4}$

г)  $\frac{1}{25}$

---

**Задача 19****1 балл**

Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{7-x}$ .

а)  $[5; 7) \cup (7; +\infty)$

б)  $[5; +\infty)$

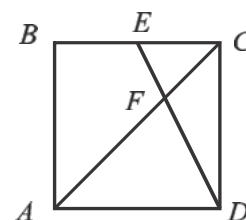
в)  $(5; 7]$

г)  $[\sqrt{5}; 7) \cup (7; +\infty)$

---

**Задача 20****1 балл**

Сторона квадрата  $ABCD$  равна  $\sqrt{2}$ . Точка  $E$  - середина стороны  $BC$ . Отрезок  $ED$  пересекает диагональ  $AC$  в точке  $F$ . Найти длину отрезка  $AF$ .



а)  $\frac{1}{2}$

б)  $\frac{2}{3}$

в)  $\frac{3}{4}$

г)  $\frac{4}{3}$

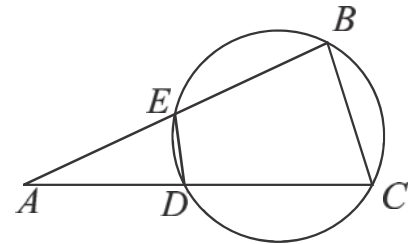


---

**Задача 21**

1 балл

Из точки  $A$ , лежащей вне окружности, проведены две секущие, одна из которых пересекает окружность в точках  $E$  и  $B$ , а другая - в точках  $D$  и  $C$  так, как показано на рисунке. Найти величину угла  $ADE$ , если  $\angle ACB = 57^\circ$ ,  $\angle BAC = 36^\circ$ .

а)  $43,5^\circ$ б)  $87^\circ$ в)  $73^\circ$ г)  $46,5^\circ$ 

---

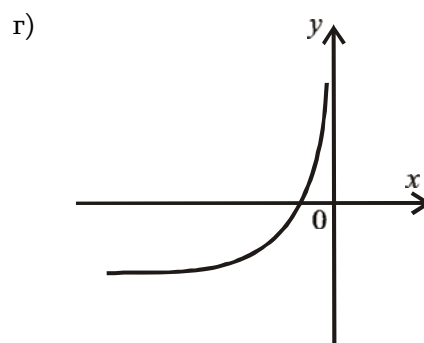
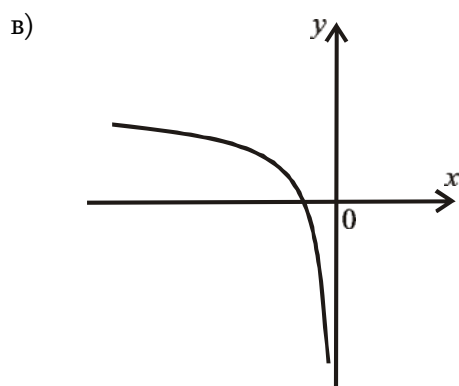
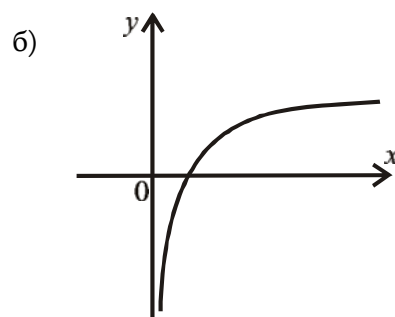
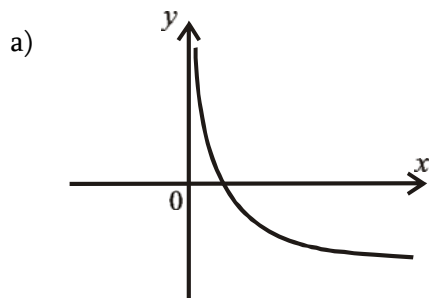
**Задача 22**

1 балл

В классе учились 10 мальчиков и 8 девочек. Их количественное распределение было представлено на круговой диаграмме. На сколько градусов увеличится величина центрального угла сектора, соответствующего мальчикам, если в класс дополнительно поступят двое мальчиков?

а)  $4^\circ$ б)  $8^\circ$ в)  $12^\circ$ г)  $16^\circ$

---

**Задача 23****1 балл**Какой из данных ниже графиков может быть графиком функции  $y = \log_2 x$ ?

---

**Задача 24****1 балл**Задан треугольник  $ABC$ , в котором сторона  $AB = 28$ , а  $\angle C = 120^\circ$ . Чему равна длина наименьшей стороны треугольника, если  $AC : BC = 3 : 5$ ?

а) 9

б) 12

в) 15

г) 18

---

**Задача 25****1 балл**

Какая из нижеперечисленных фигур может получиться в сечении правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, параллельной боковой грани и не проходящей через вершину пирамиды?

- а) треугольник
- б) параллелограмм
- в) прямоугольная трапеция
- г) равнобедренная трапеция

---

**Задача 26****1 балл**

В каком из нижеперечисленных промежутков находится значение выражения  $8\log_6 2 + 9\log_6 3$ ?

- а) [7; 8]
- б) [8; 9]
- в) [9; 10]
- г) [10; 11]

---

**Задача 27****1 балл**

Чему равна площадь правильного двенадцатиугольника, если радиус окружности, описанной около него, равен 2?

- а) 12
- б)  $6\sqrt{3}$
- в) 8
- г)  $12\sqrt{3}$

---

**Задача 28****1 балл**

Первый член арифметической прогрессии равен 5. Чему равен последний член этой прогрессии, если известно, что среднее арифметическое членов этой прогрессии равно 6.

а)  $-1$

б)  $1$

в)  $3$

г)  $7$

---

**Задача 29****1 балл**

Чему равно значение выражения  $\frac{\sqrt{1-\sin \alpha}}{\sqrt{1+\sin \alpha}} - \frac{\sqrt{1+\sin \alpha}}{\sqrt{1-\sin \alpha}}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$  и  $0 < \alpha < \pi$ .

а)  $-3\sqrt{3}$

б)  $-4\sqrt{2}$

в)  $4\sqrt{2}$

г)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

---

**Задача 30****1 балл**

В прямоугольной системе координат гомотетия с центром в начале координат и с коэффициентом  $k$  отображает точку  $A(2; 3)$  в точку  $B(2x-1; x)$ . Найти  $k$ .

а)  $\frac{1}{4}$

б)  $\frac{3}{4}$

в)  $\frac{3}{2}$

г)  $\frac{4}{3}$

---

**Задача 31****2 балл**

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x - y = -5 \end{cases}$$

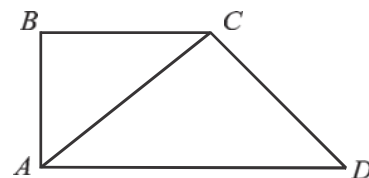
---

**Задача 32****2 балл**Решить уравнение  $|4x - 3| = \frac{1}{2}$ .

---

**Задача 33****2 балл**

Найти меньшее основание  $BC$  прямоугольной трапеции  $ABCD$ , если  $\angle BCD = 135^\circ$ ,  $AC = CD = 4$ .



---

**Задача 34****2 балл**

В прямоугольной системе координат  $Oxy$  прямая  $y = kx$  с положительным направлением оси абсцисс составляет угол, косинус которого равен  $\frac{1}{4}$ . Найти  $k$ , если  $k > 0$ .

---

**Задача 35****3 балла**

Даны четыре числа, среднее которых равно 0,95, медиана равна 1,35, а мода равна 5 и она единственна. Найти эти числа.

---

**Задача 36****3 балла**

Решить уравнение  $3^x - 3^{-x} + 2 = 0$ .

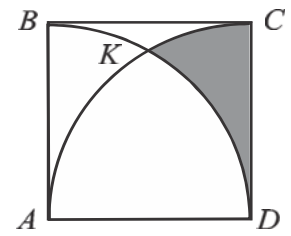
---

**Задача 37****3 балла**

Длина бокового ребра правильной четырехугольной пирамиды равна 4. Найти объем этой пирамиды, если боковое ребро составляет с высотой пирамиды угол в  $60^\circ$ .

**Задача 38****4 балла**

Длина стороны квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Из точек  $A$  и  $D$  как из центров описаны дуги  $BD$  и  $AC$  окружностей, которые пересекаются в точке  $K$ . Найти площадь окрашенной на рисунке фигуры, ограниченной дугами  $KC$  и  $KD$  и стороной  $CD$  квадрата.





---

**Задача 39****4 балла**

Из сосуда, наполненного 90%-ным раствором спирта, отлили 1л раствора и вместо него в сосуд налили 1л воды. После этого из сосуда опять отлили 2л полученного раствора и в сосуд налили 2л воды. В результате получили 50%-ный раствор спирта. Найти емкость сосуда.

---

**Задача 40****4 балла**

В прямоугольной системе координат рассмотрим точки  $A(\cos(3-t); \sin(3-t))$ ,  $B(\cos t; \sin t)$  и  $C(-\cos t; -\sin t)$ , зависящие от параметра  $t$ . При каком значении параметра  $t \in (0; 1)$  площадь треугольника  $ABC$  примет наибольшее значение?





### ОТВЕТЫ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	а	в	в	в	б	а	б	а	в	г	в	г	а	в

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
г	в	а	а	г	б	г	б	б	г	б	а	г	б	а

31	32	33	34	35
$x = -\frac{11}{4}, y = \frac{9}{4}$	$x = \frac{7}{8}$ или $x = \frac{5}{8}$	$BC = 2\sqrt{2}$	$k = \sqrt{15}$	-3,9; -2,3; 5; 5

36	37	38	39	40
$x = \log_3(-1 + \sqrt{2})$	$V = 16$	$S = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}\right)a^2$	6 литров	$t = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$