

# Тест по Математике

2014

## Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам представляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.**

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

**На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.**

**Желаем успеха!**

---

**Задача 1****1 балл**

$$\frac{3}{2} : \left(1 - \frac{5}{4}\right) =$$

- а)  $-6$                       б)  $-\frac{3}{4}$                       в)  $-\frac{1}{6}$                       г)  $-\frac{3}{8}$

---

**Задача 2****1 балл**

Какую цифру нужно вставить вместо \* в записи  $354*67$  чтобы полученное число при делении на 9 в остатке давало 3?

- а) 2                      б) 3                      в) 5                      г) 7

---

**Задача 3****1 балл**

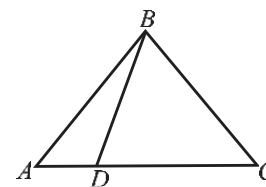
Число  $a$  на 25% больше числа  $b$ . Во сколько раз число  $\frac{1}{b}$  больше числа  $\frac{1}{a}$ ?

- а)  $\frac{4}{5}$  -раз                      б) 1,5 - раз                      в) 2,5 - раз                      г)  $\frac{5}{4}$  - раз

---

**Задача 4****1 балл**

На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  взята точка  $D$  так, что  $\angle ABD = 20^\circ$  и  $\angle DBC = 60^\circ$  (см. рисунок). Чему равен  $\angle BDC$ ?

а)  $50^\circ$ б)  $60^\circ$ в)  $80^\circ$ г)  $70^\circ$ 

---

**Задача 5****1 балл**

Средняя линия трапеции на 2 меньше её большего основания. Найти среднюю линию трапеции, если меньшее основание трапеции равно 6-ти.

а) 7

б) 8

в) 9

г) 10

---

**Задача 6****1 балл**

Если натуральные числа  $a$  и  $b$  кратны 6, то наибольшим общим делителем этих чисел **не может быть**

а) 6

б) 12

в) 15

г) 18

---

**Задача 7****1 балл**

$$(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2 =$$

а) 3

б) 9

в) 12

г)  $9 - 2\sqrt{3}$ 

---

**Задача 8****1 балл**

Фермер владеет двумя участками земли, площади которых относятся друг к другу как 3:5. На  $\frac{2}{3}$  части меньшего участка и на  $\frac{3}{5}$  части большего участка фермер посадил яблони. На какой части суммарной площади обоих участков посадил фермер яблони?

а)  $\frac{2}{5}$ б)  $\frac{2}{15}$ в)  $\frac{3}{5}$ г)  $\frac{5}{8}$ 

---

**Задача 9****1 балл**

Пусть  $a = 2$  и  $b = 3$ , тогда  $\sqrt{\frac{a^3 + b^3}{a + b}} - ab =$

а) 1

б) -1

в)  $\sqrt{13}$ г)  $\sqrt{5}$

---

**Задача 10****1 балл**

Какие высказывания из нижеперечисленных трех высказываний **всегда истинны**?

- I) Если две различные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны прямой  $m$ , то они взаимнопараллельны.
- II) Если две различные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны третьей плоскости  $\gamma$ , то они взаимнопараллельны.
- III) Если две различные прямые  $m$  и  $n$  параллельны плоскости  $\alpha$ , то они взаимнопараллельны.

- а) только II
- б) только I и II
- в) только I
- г) только II и III

---

**Задача 11****1 балл**

На сколько градусов повернётся минутная стрелка правильно идущих часов за 6 минут?

- а)  $24^\circ$
- б)  $30^\circ$
- в)  $36^\circ$
- г)  $60^\circ$

---

**Задача 12****1 балл**

Один рабочий за один день строит  $\frac{1}{m}$  часть стены. За сколько дней построят всю стену  $k$  рабочих?

- а)  $\frac{1}{mk}$
- б)  $\frac{m}{k}$
- в)  $\frac{k}{m}$
- г)  $mk$

---

**Задача 13****1 балл**

Пусть  $A$  - множество всех делителей числа 35, а  $B$  - множество всех делителей числа 55, тогда сумма всех чисел, содержащихся в пересечении множеств  $A$  и  $B$ , равно

- а) 1                      б) 6                      в) 13                      г) 17

---

**Задача 14****1 балл**

Найти длину вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если даны векторы  $\overrightarrow{AC}(2; 6)$  и  $\overrightarrow{BC}(-1; 2)$ .

- а) 4                      б) 5                      в) 6                      г) 7

---

**Задача 15****1 балл**

В классе учатся 12 девочек и 10 мальчиков. Средний балл, полученный на экзамене по математике девочками равно 6, а мальчиками 7. Чему равен средний балл всех учеников класса?

- а)  $\frac{71}{11}$                       б)  $\frac{22}{13}$                       в)  $\frac{13}{2}$                       г)  $\frac{62}{11}$

---

**Задача 16****1 балл**

Найти множество решений неравенства  $\frac{x+1}{1-x} > 0$ .

- а)  $(-1; 1)$       б)  $(1; +\infty)$       в)  $(-1; 1) \cup (1; +\infty)$       г)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

---

**Задача 17****1 балл**

Какая из нижеперечисленных функций является нечетной для любой функции  $f$ , определенной на множестве всех действительных чисел?

- а)  $y = f(x^3)$       б)  $y = f(x) + f(-x)$       в)  $y = f(-x)$       г)  $y = f(x) - f(-x)$

---

**Задача 18****1 балл**

Лия и Софо независимо друг от друга случайно выбирают по одному натуральному числу от 1 до 10 включительно (они могут выбрать и одинаковые числа). Чему равна вероятность того, что произведение выбранных чисел **не делится** на 3?

- а) 0,21      б) 0,49      в) 0,51      г) 0,9

---

**Задача 19****1 балл**

Функция  $f$  определена равенством  $f(x) = \sqrt{x} + 2$ . Найти  $f\left(\frac{a}{4}\right)$ , если  $f(a) = 6$ .

а)  $-1$ б)  $\frac{3}{2}$ в)  $2$ г)  $4$ 

---

**Задача 20****1 балл**

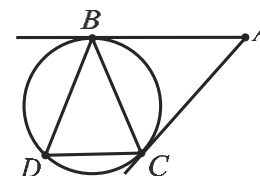
В равнобедренной трапеции диагональ является также биссектрисой тупого угла. Чему равна площадь трапеции, если длины ее оснований равны 3 и 5?

а)  $12,5$ б)  $6\sqrt{15}$ в)  $12$ г)  $8\sqrt{6}$ 

---

**Задача 21****1 балл**

Из точки  $A$  к окружности проведены касательные  $AB$  и  $AC$  (см. рисунок). Чему равна величина угла  $DBC$ , если  $AB \parallel CD$  и  $\angle BAC = 40^\circ$ ?

а)  $30^\circ$ б)  $35^\circ$ в)  $40^\circ$ г)  $50^\circ$



Задача 22

1 балл

Натуральные числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенству  $y + \frac{1}{x} = \frac{25}{3}$ . Найти  $x + y$ .

а) 11

б) 15

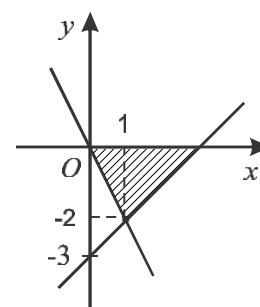
в) 22

г) 28

Задача 23

1 балл

По данным приведённым на рисунке найдите систему неравенств, множество решений которой заштриховано на координатной плоскости.



а) 
$$\begin{cases} y \leq x - 3 \\ 2y + x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} y + 3 \leq x \\ 2x \geq y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x \leq y + 3 \\ y + 2x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} y - x \geq -3 \\ y - 2x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Задача 24

1 балл

В треугольнике  $ABC$  заданы  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$  и  $AC + BC = 18(1 + \sqrt{2})$ . Чему равна длина стороны  $BC$ ?

а) 9

б)  $9\sqrt{2}$

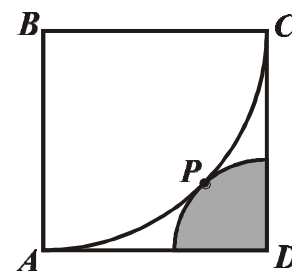
в) 18

г)  $18\sqrt{2}$

**Задача 25**

1 балл

Из вершины  $B$  квадрата  $ABCD$  как из центра описана окружность радиусом равным стороне квадрата. Эта окружность в точке  $P$  касается другой окружности с центром в вершине  $D$  (см. рисунок). Найти площадь фигуры закрашенной на рисунке, если сторона квадрата  $ABCD$  равна 2 см.



а)  $(4 - 2\pi) \text{ см}^2$

б)  $\pi(\sqrt{2} - 1)^2 \text{ см}^2$

в)  $\pi \text{ см}^2$

г)  $2\pi \text{ см}^2$

**Задача 26**

1 балл

$\log_3 45 =$

а)  $1 + \log_3 5$

б)  $2 + \log_3 5$

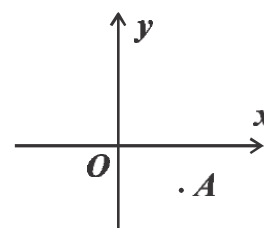
в)  $3 \log_3 5$

г)  $2 \log_3 5$

**Задача 27**

1 балл

Точка  $A(4; -3)$ , данная в прямоугольной системе координат  $Oxy$ , отображается в точку  $B$  поворотом на  $90^\circ$  по часовой стрелке вокруг точки  $O$ . Найти координаты точки  $B$ .



а)  $(-5; -3)$

б)  $(-4; -3)$

в)  $(-3; -4)$

г)  $(-3; -5)$

---

**Задача 28****1 балл**

Дана числовая последовательность,  $n$ -ый член которой задан формулой  $a_n = 3n^2 - 40n + 10$ . Найти номер **наименьшего** члена этой последовательности.

а) 6

б) 7

в) 8

г) 9

---

**Задача 29****1 балл**

Найти множество значений функции  $f(x) = 3^{\cos x}$ , если  $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

а)  $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ б)  $[1; \sqrt{3}]$ в)  $(0; 3]$ г)  $[1; 3]$ 

---

**Задача 30****1 балл**

Осевое сечение конуса - правильный треугольник. Чему равна площадь боковой поверхности конуса, если площадь его основания равна  $16\pi$ ?

а)  $12\sqrt{3}\pi$ б)  $18\pi$ в)  $32\pi$ г)  $48\pi$

---

**Задача 31****2 балла**

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

---

**Задача 32****2 балла**

Автомобиль проходит путь между городами  $A$  и  $B$  за 3 часа. За сколько часов пройдёт он эту путь, если увеличит скорость на 20% ?

---

**Задача 33****2 балла**

Площадь равнобедренного треугольника равна 7, а длина основания равна 4. Найти длину боковой стороны этого треугольника.

---

**Задача 34****2 балла**

Решить неравенство:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5} < 4$ .

---

**Задача 35****3 балла**

Разность арифметической прогрессии состоящей из положительных чисел равна  $\frac{11}{6}$ , а сумма всех членов прогрессии равна 132. Найти количество членов прогрессии, если её последний член в три раза больше первого члена.

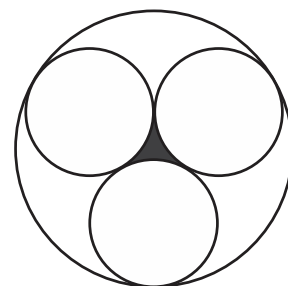
---

**Задача 36****3 балла**

Найти все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $5x - 2ax - 15 = 0$  меньше 3.

Из точки  $A$ , лежащей на ребре двугранного угла, на одной из граней отложен отрезок  $AB$ , который составляет угол  $\alpha$  с ребром двугранного угла. Найти синус угла, который составляет отрезок  $AB$  со второй гранью двугранного угла, если величина двугранного угла равна  $\beta$ .

В окружность радиуса  $2 + \sqrt{3}$  вписаны три окружности имеющие равные радиусы так, что каждая окружность касается остальных трех. Найти площадь закрашенной фигуры, ограниченной тремя малыми окружностями (см. рисунок).





Фирма собиралась купить определенный реактив за 2000 лари. Во время переговоров с поставщиком они договорились что фирма купит на 200 кг больше реактива, чем было запланировано и заплатит за каждый килограмм реактива на 3 лари меньше. В результате фирма заплатила за реактив 4000 лари. Сколько лари заплатила фирма за каждый килограмм реактива?

Найти все значения параметра  $a$  для которых сумма всех корней уравнения

$$\sin(\sqrt{ax - x^2}) = 0$$

равна 100.

## ОТВЕТЫ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
а	в	г	г	б	в	а	г	а	а	в	б	б	б	а

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
а	г	б	г	г	в	а	в	в	б	б	в	б	г	в

31	32	33	34	35
$x_1 = 2, y_1 = -\frac{1}{2};$ $x_2 = -2, y_2 = -\frac{5}{2}.$	2,5 ч	$\frac{\sqrt{65}}{2}$	$\left(-\frac{7}{3}; +\infty\right)$	9

36	37	38	39	40
$(-\infty; 0) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$	$\sin \alpha \cdot \sin \beta$	$3\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2}$	12 лари	$a = 25$