

# Тест по Математике

2015

## Инструкция

Тест состоит из 40 задач. Вдоль порядкового номера каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за ее правильное решение.

К каждой из задач, с первой по тридцатую включительно, прилагаются четыре возможных ответа, из которых один является правильным. Каждая задача оценивается в 1 или 0 баллов.

Вы получили тетрадь с заданиями и лист ответов. В тетрадях с заданиями после условий задач оставлены свободные места для черновика, которые можете использовать по своему усмотрению. **Учтите, что тетрадь для заданий не проверяется, проверяется только лист ответов.**

Правильные ответы и решения Вы должны перенести в лист ответов. С первой по тридцатую задачу включительно правильные ответы Вы должны указать на листе ответов так, как это указано в образце для первой задачи. Если Вы неправильно указали ответ, **Вам предоставляется возможность исправить свою ошибку, для этого Вы должны полностью закрасить указанную клетку так, как это показано в образце для третьей задачи, а затем отметить желаемый для Вас правильный вариант ответа этой задачи.**

	1	2	3	4	5
а	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
б	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
в	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
г	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**На листе ответов эту часть Вы должны заполнить обязательно той ручкой, которую Вам дали на экзамене.**

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, **должно быть записано** в листе ответов **непосредственно в отведенном для данной задачи месте.** Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам, не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

**На выполнение теста отводится 3 часа 30 минут.**

**Желаем успеха!**

---

**Задача 1****1 балл**

$$0,99 : 1,1 + 0,1 =$$

а)  $\frac{1}{11}$

б) 1

в) 1,1

г) 9,1

---

**Задача 2****1 балл**

Какой остаток получится при делении числа  $a$  на 8, если остаток при делении числа  $27 + a$  на 8 равен 2?

а) 7

б) 5

в) 3

г) 2

---

**Задача 3****1 балл**

В результате удешевления нефти цена одного литра бензина сократилась на 20% и составила 1,68 лари. Сколько стоил литр бензина до удешевления?

а) 2,016 лари

б) 2,05 лари

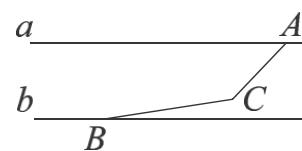
в) 2,1 лари

г) 2,25 лари

---

**Задача 4****1 балл**

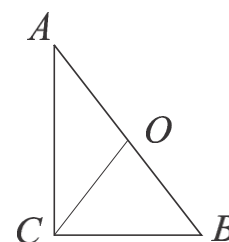
Опираясь на рисунок, найти величину угла  $ACB$ , если отрезки  $AC$  и  $BC$  составляют с параллельными прямыми  $a$  и  $b$  углы  $58^\circ$  и  $12^\circ$ , соответственно.

а)  $146^\circ$ б)  $120^\circ$ в)  $46^\circ$ г)  $134^\circ$ 

---

**Задача 5****1 балл**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) отрезок  $CO$  является медианой. Найти длину катета  $AC$ , если  $CO = CB = 5$ .

а)  $5\sqrt{3}$ 

б) 6

в) 10

г)  $\sqrt{15}$ 

---

**Задача 6****1 балл**

На одной остановке автобус №11 останавливается каждые 12 минут, а автобус №17 - каждые 18 минут. В некоторый момент времени эти автобусы одновременно остановились на этой остановке. Через какое наименьшее время эти автобусы встретятся на этой остановке в следующий раз?

а) Через 30 минут

б) Через 36 минут

в) Через 96 минут

г) Через 216 минут

**Задача 7****1 балл**

Найти  $n$ , если  $\frac{4,5}{\sqrt{n}} = \frac{9}{50}$ .

а) 5

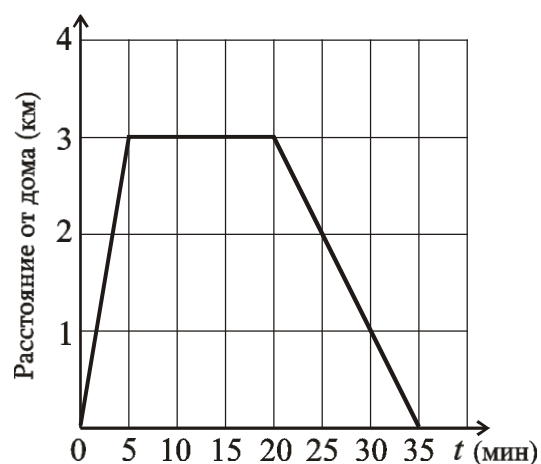
б) 225

в) 25

г) 625

**Задача 8****1 балл**

После выхода из дома велосипедист доехал по спуску до магазина и после покупки продуктов по той же дороге вернулся домой. На рисунке изображен график зависимости расстояния между велосипедистом и домом от времени. По графику определить скорость движения велосипедиста на подъеме (предположите, что велосипедист движется вдоль отрезка прямой).



а) 10 км/ч

б) 15 км/ч

в) 9 км/ч

г) 12 км/ч

**Задача 9****1 балл**

Если  $a - b = 1$ , тогда  $a^3 - b^3 =$

а) 1

б)  $1 + 3b + 3b^2$ в)  $1 - 3b + 3b^2$ г)  $1 + 2b$

---

**Задача 10****1 балл**

Линейное уравнение  $ax = b$  не имеет решения, когда

а)  $a = 0$  и  $b = 0$

б)  $a \neq 0$

в)  $b = 0$

г)  $a = 0$  и  $b \neq 0$

---

**Задача 11****1 балл**

В прямоугольной системе координат найти уравнение прямой, проходящей через точки  $(3; 2)$  и  $(-1; -2)$ .

а)  $y = -x + 5$

б)  $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

в)  $y = x - 1$

г)  $y = x^2 - x - 4$

---

**Задача 12****1 балл**

Брат на 5 лет старше сестры. Найти сумму возрастов брата и сестры, если четыре года назад их возрасты относились как  $3:2$ .

а) 23

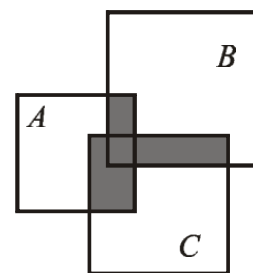
б) 27

в) 33

г) 36

**Задача 13****1 балл**

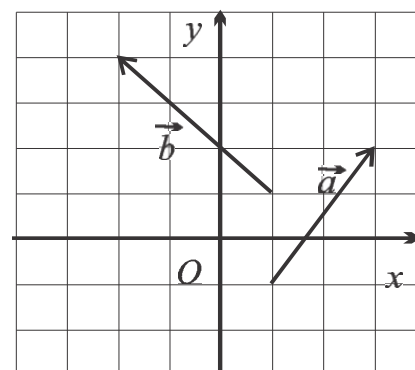
На диаграмме Венна, приведенной на рисунке, множества  $A$ ,  $B$  и  $C$  изображены в виде квадратов. Какое из нижеперечисленных множеств соответствует закрашенной фигуре на этом рисунке?



- а)  $A \cup (B \cap C)$
- б)  $(A \cap C) \cup (A \cap B) \cup (B \cap C)$
- в)  $A \cap B \cap C$
- г)  $A \cup B \cup C$

**Задача 14****1 балл**

На клетчатом листе, каждая клетка которой представляет собой единичный квадрат, изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , начала и концы которых лежат на вершинах клеток (см. рисунок). По рисунку определить координаты вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



- а)  $(-1; 6)$
- б)  $(1; 3)$
- в)  $(-1; 2)$
- г)  $(1; 6)$

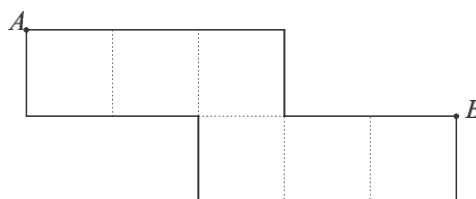
**Задача 15****1 балл**

В первом классе на одного мальчика больше и на одну девочку меньше чем во втором классе. Для каждого класса на круговой диаграмме представили количество мальчиков и девочек. Найти сколько учеников в первом классе, если центральный угол сектора, соответствующего количеству девочек, на диаграмме второго класса на  $30^\circ$  больше, чем на диаграмме первого класса.

- а) 30                      б) 6                      в) 24                      г) 12

**Задача 16****1 балл**

На рисунке дана развертка куба объемом  $1\text{ см}^3$ . Найти расстояние между теми вершинами куба, которым на развертке соответствуют точки  $A$  и  $B$ .



- а) 0 см                      б)  $\sqrt{3}$  см                      в) 1 см                      г)  $\sqrt{2}$  см

**Задача 17****1 балл**

На прямоугольной координатной плоскости  $Oxy$  построены графики функций  $y = \log_2 x$  и  $y = \log_2 \left(\frac{1}{x}\right)$ . Какое из нижеперечисленных преобразований плоскости переводит график первой функции в график второй функции?

- а) Симметрия относительно оси  $Oy$   
б) Симметрия относительно оси  $Ox$   
в) Центральная симметрия относительно точки  $O$   
г) Симметрия относительно прямой  $y = x$

**Задача 18****1 балл**

В урне лежат 8 красных и 8 белых шаров. Из урны одновременно вынимают случайно выбранных два шара. Найти вероятность того, что выбранные шары окажутся разных цветов.

а)  $\frac{7}{16}$

б)  $\frac{1}{3}$

в)  $\frac{1}{2}$

г)  $\frac{8}{15}$

**Задача 19****1 балл**

Если  $f(x) = 2 - 3x$  и  $g(x) = 2 - 5x$ , то  $f(g(x)) =$

а)  $15x - 8$

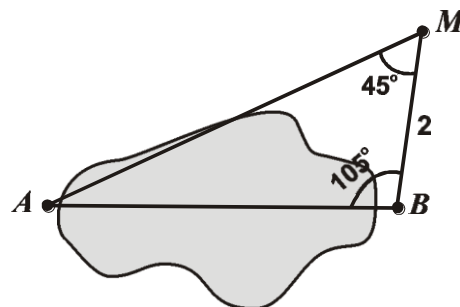
б)  $4 - 8x$

в)  $15x - 4$

г)  $(2 - 3x)(2 - 4x)$

**Задача 20****1 балл**

Для того, чтобы измерить расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ , расположенными на берегу озера, измерили расстояние от точки  $M$  до пункта  $B$  и углы  $AMB$  и  $ABM$ . Найти расстояние  $AB$ , если  $MB = 2$  км,  $\angle AMB = 45^\circ$  и  $\angle ABM = 105^\circ$ .



а)  $2\sqrt{2}$  км

б) 3 км

в)  $2\sqrt{3}$  км

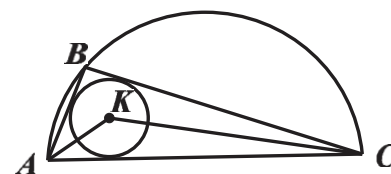
г) 4 км



---

**Задача 21****1 балл**

На рисунке изображена полуокружность с диаметром  $AC$ . Точка  $B$  лежит на дуге полуокружности, а точка  $K$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Какое из нижеперечисленных утверждений является истинным?



- а) Величина угла  $AKC$  зависит от положения точки  $B$  на дуге полуокружности.
- б) Величина угла  $AKC$  не зависит от положения точки  $B$  на дуге полуокружности, но зависит от радиуса полуокружности.
- в) Величина угла  $AKC$  не зависит от положения точки  $B$  на дуге полуокружности, но зависит от радиуса окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- г) Для любой точки  $B$ , лежащей на дуге полуокружности,  $\angle AKC = 135^\circ$ .

---

**Задача 22****1 балл**

Известно, что выражения  $\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}$  и  $\frac{7x+10}{x^2-1}$  для некоторых значений параметров  $a$  и  $b$  тождественно равны. Найти чему равно  $a^2 - b^2$  для этих значений параметров  $a$  и  $b$ .

- а)  $-70$
- б)  $-35$
- в)  $10$
- г)  $0$

---

**Задача 23****1 балл**

Найти множество значений переменной  $a$ , для которых точка  $P(2a+3; 3a-2)$  лежит в четвертой четверти координатной плоскости (но не лежит на координатных осях).

а)  $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$

б)  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right)$

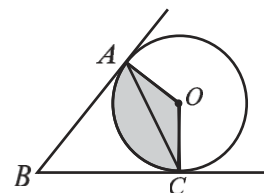
в)  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

г)  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$

---

**Задача 24****1 балл**

Стороны угла  $ABC$  касаются окружности в точках  $A$  и  $C$  (см. рисунок). Найти площадь сектора  $AOC$ , закрашенного на рисунке, если  $AC = 6$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .



а)  $6\pi$

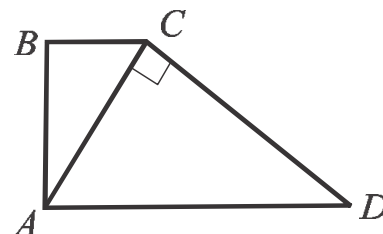
б)  $4\pi$

в)  $3\pi$

г)  $9\pi$

**Задача 25****1 балл**

В прямоугольной трапеции  $ABCD$  диагональ  $AC$  перпендикулярна боковой стороне  $CD$  (см. рисунок). Найти площадь трапеции, если  $AC = 3$ ,  $AD = 5$ .



а) 6,9

б)  $8\frac{1}{4}$

в)  $8\frac{4}{25}$

г)  $9\frac{4}{25}$

**Задача 26****1 балл**

Вычислить  $\sin(\alpha - \beta)$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \beta = \frac{1}{4}$ ,  $\alpha \in (0; \pi)$  и  $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

а)  $\frac{\sqrt{23}}{12}$

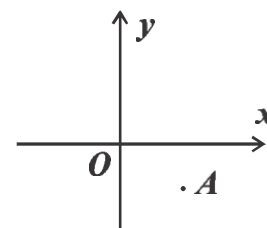
б)  $\frac{\sqrt{7}}{12}$

в)  $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{8}}{12}$

г)  $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{8}}{12}$

**Задача 27****1 балл**

В прямоугольной системе координат  $Oxy$  дана точка  $A(3; -2)$ . Найти координаты образа точки  $A$  в результате последовательного применения двух преобразований плоскости: сперва симметрии относительно прямой  $y = x$ , а затем параллельного переноса на вектор  $\vec{a} = (3; -5)$ .



а)  $(-7; 6)$

б)  $(0; -3)$

в)  $(1; -2)$

г)  $(6; -7)$

---

**Задача 28****1 балл**

В положительной арифметической прогрессии  $a_1, a_2, \dots$  первый член втрое больше разности этой прогрессии. Вычислить  $\frac{a_{20}}{a_{10}}$ .

а)  $\frac{11}{6}$

б) 2

в)  $\frac{23}{13}$

г) 2,3

---

**Задача 29****1 балл**

Чему равен наименьший положительный период функции  $f(x) = |\sin 3x|$ ?

а)  $\frac{\pi}{3}$

б)  $\frac{2\pi}{3}$

в)  $2\pi$

г)  $6\pi$ 

---

**Задача 30****1 балл**

Радиус основания конуса вдвое меньше высоты конуса. Найти отношение площади боковой поверхности конуса к площади основания этого конуса.

а)  $\sqrt{5}$

б)  $\sqrt{3}$

в)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

г)  $2\sqrt{3}$

---

**Задача 31****2 балла**

Найти множество решений системы неравенств  $\begin{cases} 5x+4 \geq 3x-2 \\ x-2 < -4x \end{cases}$ .

---

**Задача 32****2 балла**

Найти сумму первых пяти членов геометрической прогрессии  $b_1, b_2, \dots$ , если  $b_1 = \frac{1}{2}$  и  $b_4 = -4$ .

---

**Задача 33****2 балла**

В равнобедренной трапеции диагональ составляет с основанием угол  $30^\circ$ . Найти высоту трапеции, если известно, что средняя линия трапеции равна 8 см.

---

**Задача 34****2 балла**

Решить уравнение:  $\log_2(7x+5) = 4$ .

---

**Задача 35****3 балла**

Найти все значения параметра  $k$ , для которых прямая  $y = kx - 5$  имеет хотя бы одну общую точку с параболой  $y = 8x^2$ .

---

**Задача 36****3 балла**

Дана дробь  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  и  $n$  - целые положительные числа. На сколько процентов должны увеличить знаменатель дроби, чтобы при увеличении числителя на 5% дробь уменьшилась на 10% ?

---

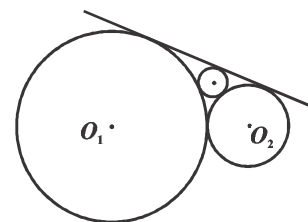
**Задача 37****3 балла**

Точки  $A$  и  $B$  лежат на разных основаниях цилиндра. На отрезке  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная оси цилиндра. Чему равна длина отрезка  $AB$ , если угол между этим отрезком и плоскостью основания цилиндра равен  $45^\circ$ , радиус основания цилиндра равен 5, а расстояние между осью цилиндра и плоскостью  $\alpha$  равно 4?

---

**Задача 38****4 балла**

Две окружности с центрами в точках  $O_1$  и  $O_2$  и с радиусами 3 и 1 соответственно внешне касаются друг друга. Провели их общую внешнюю касательную и построили третью окружность, которая касается обеих данных окружностей и их внешней касательной так, как это показано на рисунке. Найти радиус третьей окружности.





---

**Задача 39****4 балла**

Предприятие должно было изготовить определенное количество продуктов. После **четырёх** часов работы основная производственная линия аварийно остановилась, но сразу же заработала резервная производственная линия, которой на изготовление всего количества продуктов требуется на 6 часов больше времени, чем основной линии. Через 3 часа после аварии основную производственную линию отремонтировали и оказалось, что к этому времени было изготовлено только половина всего количества продуктов. Сколько времени потребуется на изготовление оставшихся продуктов, если обе производственные линии будут продолжать работать вместе?

---

**Задача 40****4 балла**

На координатной плоскости движется точка  $A(x, y)$ , координаты которой в любой момент времени  $t$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t \\ y = 4 \sin t - 12 \cos t \end{cases}$$

На какое наименьшее расстояние будет удалена точка  $A(x, y)$  от точки  $B(-1; 2)$ , когда

$$\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}.$$

## Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
б	а	в	г	а	б	г	г	б	г	в	в	б	а	г

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
г	б	г	в	а	г	а	б	б	в	в	в	а	а	а

<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>
$-3 \leq x < \frac{2}{5}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{8\sqrt{3}}{3}$	$\frac{11}{7}$	$(-\infty; -4\sqrt{10}] \cup [4\sqrt{10}; +\infty)$	$\frac{50}{3}\%$

<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>
$AB = h\sqrt{2}$ , где $h$ - высота цилиндра и $0 < h \leq 6$ . $AB = 6\sqrt{2}$ , если точки $A$ и $B$ расположены на окружностях оснований цилиндра.	$\frac{3}{(\sqrt{3}+1)^2}$	$\frac{18}{5}$ ч	$\sqrt{76}$