

Тест по Математике

Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 40 задач.

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, должно быть записано в листе ответов. Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам, не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

Максимальный балл теста 59.

На выполнение теста отводится 3 часа 40 минут.

Желаем успехов!



Задача 1**1 балл**

Какое из нижеперечисленных чисел принадлежит интервалу $(0,7; 0,8)$?

а) $\frac{3}{5}$

б) $\frac{7}{9}$

в) $\frac{6}{7}$

г) $\frac{8}{9}$

Задача 2**1 балл**

Чему равен наибольший общий делитель чисел $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ и $3^2 \cdot 5^3$?

а) 6

б) 15

в) 30

г) 45

Задача 3**1 балл**

Во время обжарки кофе теряет 12% своего веса. Сколько килограммов сырого кофе мы должны взять, чтобы получить 220 грамм обжаренного кофе?

а) 0,25

б) 0,2464

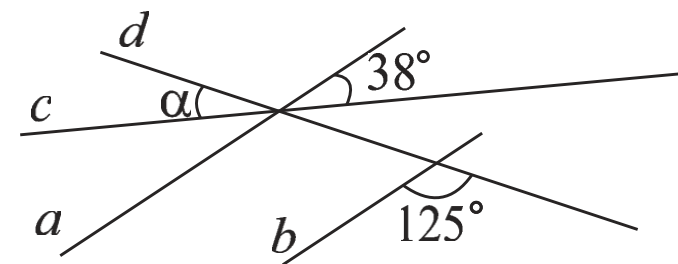
в) 0,3

г) 0,34

Задача 4

1 балл

Прямые a , b , c и d лежат на одной плоскости. На рисунке указаны градусные меры двух углов, образованных этими прямыми. Чему равна величина угла α , если прямые a и b параллельны?



а) 17°

б) 24°

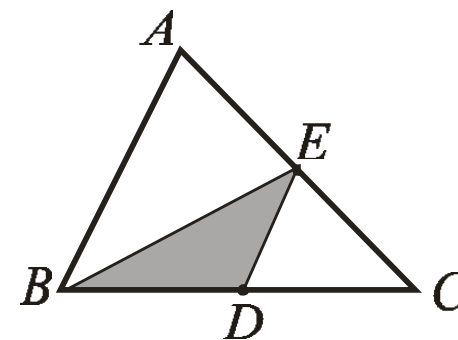
в) 30°

г) 38°

Задача 5

1 балл

На рисунке изображён треугольник ABC . Точки D и E являются соответственно серединами сторон BC и AC этого треугольника. Чему равна площадь треугольника BDE , если площадь треугольника ABE равна 36 см^2 ?



а) 12 см^2

б) 16 см^2

в) 15 см^2

г) 18 см^2

Задача 6**1 балл**

В коробке два черных и три белых шара. Чему равна вероятность того, что среди трёх шаров, одновременно случайным образом вынутых из коробки, не встретится белый шар?

а) 0

б) $\frac{1}{2}$ в) $\frac{2}{3}$ г) $\frac{3}{2}$

Задача 7

1 балл

Найти наименьшее натуральное число n , для которого справедливо неравенство $8^{4n} > 2^{79}$.

а) 7

б) 8

в) 9

г) 10

Задача 8**1 балл**

Автомобиль равномерно движется из Тбилиси к Кутаиси. К восьми часам утра автомобиль проехал $\frac{1}{6}$ часть намеченного маршрута, а к 11 часам утра того же дня - $\frac{8}{9}$ части. Какую часть намеченного маршрута проехал автомобиль к 10 часам и 30 минутам утра того же дня?

а) $\frac{65}{108}$

б) $\frac{57}{108}$

в) $\frac{8}{18}$

г) $\frac{83}{108}$

Задача 9

1 балл

Учащихся одной из школ опросили, каким транспортом ездят они в школу. На рисунке дана круговая диаграмма, отображающая их ответы. Найти центральный угол сектора, соответствующего количеству учащихся, которые ходят в школу пешком.



а) 120°

б) 144°

в) 154°

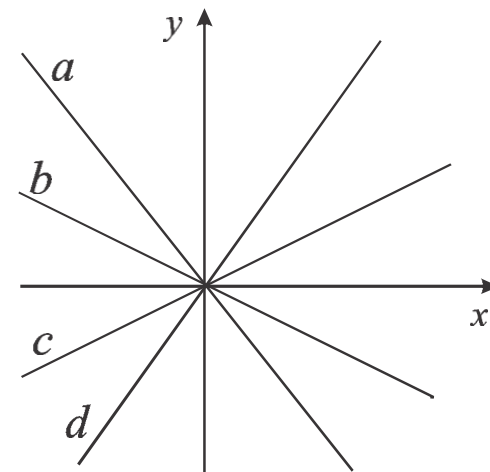
г) 145°

Задача 10

1 балл

На рисунке даны графики следующих четырех функций в прямоугольной системе координат:

- $f(x) = 5x$;
- $g(x) = -4x$;
- $h(x) = -2x$;
- $p(x) = 2x$.



Какая из изображенных на рисунке прямых - a , b , c или d представляет собой график функции $h(x) = -2x$?

а) a

б) b

в) c

г) d

Задача 11**1 балл**

График какой функции, из перечисленных ниже, симметричен графику функции $y = 3(x-1)^2 + 2$ относительно оси абсцисс?

а) $y = 3(x+1)^2 - 2$

б) $y = -3(x-1)^2 - 2$

в) $y = -3(x-1)^2 + 2$

г) $y = 3(x+1)^2 + 2$

Задача 12**1 балл**

Пятый член арифметической прогрессии с положительными членами в три раза больше второго члена. Во сколько раз седьмой член этой прогрессии больше её третьего члена?

а) в 3 раза

б) в 3,5 раза

в) в 4 раза

г) в 2,6 раза

Задача 13**1 балл**

Пусть A - множество всех натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1, а B - множество всех натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 3, тогда $A \cup B$ является множеством

- а) всех натуральных чисел;
- б) всех натуральных чисел, кратных 4;
- в) всех нечётных натуральных чисел;
- г) всех натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 2.

Задача 14**1 балл**

Вычислить скалярное произведение векторов $(\vec{a} - 2\vec{b})$ и \vec{b} , если $\vec{a} = (-1; 0)$ и $\vec{b} = (-5; 1)$.

а) 18

б) -26

в) 36

г) -47

Задача 15**1 балл**

$$\sqrt{(1-2\cos 45^\circ)^2} - \sqrt{(1+2\sin 45^\circ)^2} =$$

а) -2

б) $-2\sqrt{2}$

в) $2\sqrt{2}-2$

г) 0

Задача 16

1 балл

Сколько всего граней имеет призма, если сумма количеств всех ее вершин и ребер равна 225?

а) 41

б) 45

в) 47

г) 52

Задача 17**1 балл**Решить неравенство: $0,5^{x-3} < 10$.

а) $(-\infty; 2 - \log_2 5)$

б) $(2 - \log_2 5; \infty)$

в) $(-\infty; 3 + \log_2 5)$

г) $(3 - \log_2 5; \infty)$

Задача 18**1 балл**

Найти среднее данных, состоящих из трёх неотрицательных чисел x , x^2 , 1 , если их медиана равна $\frac{1}{4}$.

а) $\frac{21}{16}$

б) $\frac{7}{16}$

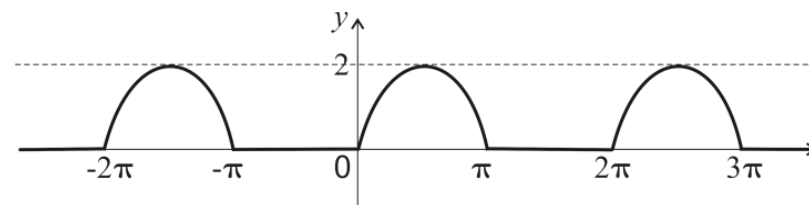
в) $\frac{7}{4}$

г) $\frac{7}{12}$

Задача 19

1 балл

На рисунке изображен график одной из нижеперечисленных функций. Укажите эту функцию.



- а) $y = 2 \cos x |\sin x|$
- б) $y = \cos x + |\sin x|$
- в) $y = 2 \sin x + |\sin x|$
- г) $y = \sin x + |\sin x|$

Задача 20**1 балл**

Найти радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AB = 6$, $AC = 9$ и $\angle A = 120^\circ$.

а) $\sqrt{21}$

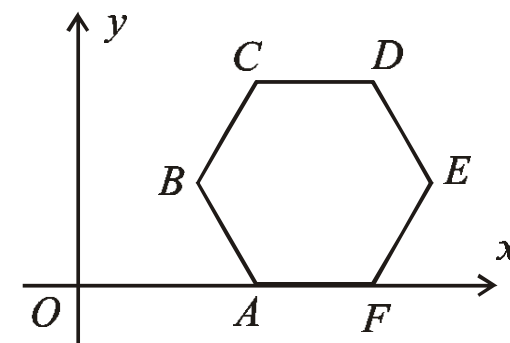
б) $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{2}}$

в) $\sqrt{57}$

г) $\frac{21\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Задача 21**1 балл**

В прямоугольной системе координат Oxy дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, сторона AF которого лежит на оси абсцисс (см. рисунок). Найти координаты точки E , если известно, что $OA = 6$ и $AB = 4$.



а) $(12; 2\sqrt{3})$

б) $(11,5; \sqrt{3})$

в) $(12; 3)$

г) $\left(11,5; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

Задача 22**1 балл**

Найти сумму параметров b и c , если уравнения $x^2 + bx + c = 0$ и $3x^2 + 2x - 5 = 0$ равносильны.

а) -3 б) 1 в) -1 г) $\frac{7}{3}$

Задача 23**1 балл**

При каком значении параметра b прямые, определенные уравнениями $3x + 2y - 8 = 0$ и $2x - by = 2y - 5$, будут взаимноперпендикулярны в прямоугольной системе координат Oxy ?

а) $-\frac{10}{3}$

б) $-\frac{4}{3}$

в) 1

г) 3

Задача 24**1 балл**

Длина 60° -ой дуги первой окружности равна длине 45° -ой дуги второй окружности. Найти отношение площади круга, ограниченной первой окружностью, к площади круга, ограниченной второй окружностью.

а) $\frac{3}{4}$

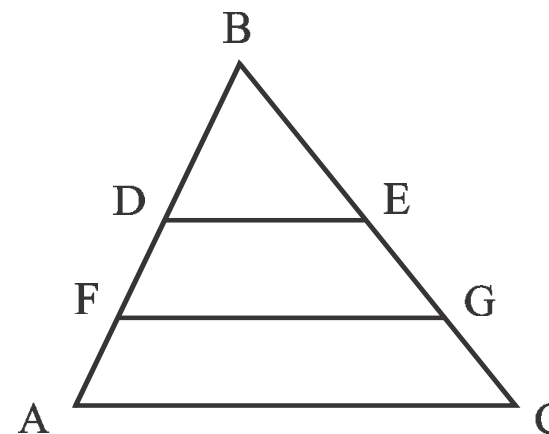
б) $\frac{9}{16}$

в) $\frac{4}{3}$

г) 2

Задача 25**1 балл**

На стороне AB треугольника ABC взяты точки D и F , а на стороне BC точки E и G так, что отрезки DE и FG параллельны стороне AC и делят треугольник ABC на три равновеликие фигуры (см. рисунок). Найти отношение длины отрезка FD к длине отрезка AB .



а) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

б) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

в) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$

г) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}$

Задача 26**1 балл**

Найти множество всех тех значений a , для которых функция, определенная формулой $y = \log_{a^2+1,5a} x$, будет возрастающей.

а) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

б) $(1; +\infty)$

в) $(-\infty; 0)$

г) $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Задача 27**1 балл**

Уравнение прямой, данной на координатной плоскости, имеет вид $y = 5x - 11$. Гомотетия с центром в начале координат и коэффициентом 3 переводит данную прямую в прямую, заданную уравнением

а) $y = 5x - 33$

б) $y = 5x + 33$

в) $y = 15x - 33$

г) $y = \frac{5}{3}x - \frac{11}{3}$

Задача 28**1 балл**

Сумма первых 20-ти членов возрастающей геометрической прогрессии в 50 раз больше суммы первых 10-ти членов этой прогрессии. Чему равен знаменатель этой геометрической прогрессии?

а) $\sqrt{5}$

б) $\log_2 5$

в) $\sqrt[5]{7}$

г) 2,5

Задача 29**1 балл**

Найти наибольшее значение функции $y = \frac{1}{2x^2 - 5x + 7}$.

а) 0,5

б) $\frac{7}{3}$ в) $\frac{8}{31}$

г) 2,3

Задача 30**1 балл**

Длина стороны основания правильной треугольной пирамиды равна 4, а длина бокового ребра – 5. Найти площадь боковой поверхности этой пирамиды.

а) 6

б) $3\sqrt{21}$ в) $6\sqrt{21}$ г) $12\sqrt{21}$

Задача 31**2 балла**

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

Задача 32**2 балла**

Два бизнес-партнера поделили прибыль на сумму 80500 лари в соотношении 2:5. Какая сумма досталась каждому?

Задача 33**2 балла**

Найти площадь треугольника ABC , если $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, а высота BD , опущенная из вершины B на сторону AC , равна 2.

Задача 34**2 балла**

Найти координаты точки, лежащей на прямой, заданной уравнением $5x + 2y = 4$, если известно, что отношение абсциссы данной точки к ординате равно двум.

Задача 35**3 балла**

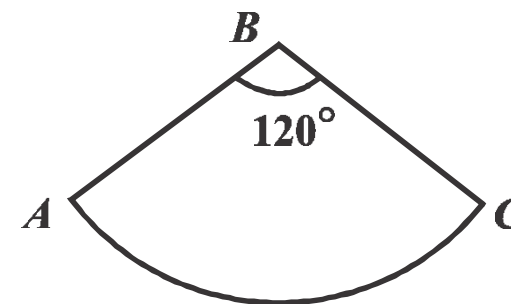
В ящике лежат белые и черные шары, всего 42 штуки. Найти вероятность того, что при извлечении из ящика шара он окажется белым, если известно, что будь в ящике еще на 6 белых шаров больше, эта вероятность была бы в $\frac{5}{4}$ раза больше.

Задача 36**3 балла**

Найти $f(5)$, если график квадратной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ пересекает ось ординат в точке $(0; 3)$, а ее вершина находится в точке $(2; 0)$.

Задача 37**3 балла**

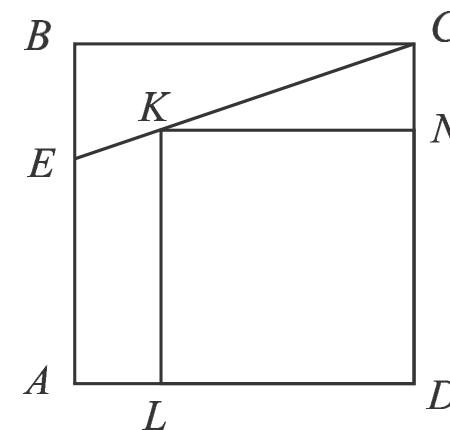
Центральный угол развертки боковой поверхности конуса равен 120° (см. рисунок). Найти радиус основания этого конуса, если его высота равна $8\sqrt{2}$.



Задача 38

4 балла

На стороне AB квадрата $ABCD$ взята точка E так, что $AE:EB=2:1$. Четырехугольник $LKND$ представляет собой квадрат, вершины L и N которого лежат на сторонах AD и CD соответственно, а вершина K на отрезке EC (см. рисунок). Найти сторону квадрата $LKND$, если сторона квадрата $ABCD$ равна a .



Задача 39**4 балла**

Несколько рабочих выполнили некоторую работу за 14 дней. Если бы количество рабочих было на 4 больше и продолжительность рабочего дня на 1 час больше, то ту же работу рабочие завершили бы за 10 дней, а если бы количество рабочих было бы на 10 больше и продолжительность рабочего дня на 2 часа больше, то ту же работу завершили бы за 7 дней. Сколько было рабочих и какова была продолжительность рабочего дня, если известно, что производительность труда рабочих одинакова.

Задача 40**4 балла**

В прямоугольной системе координат Oxy каждая прямая, проходящая через точку $(3; 7)$ и имеющая отрицательный угловой коэффициент, вместе с осями координат ограничивает прямоугольный треугольник. Среди площадей прямоугольных треугольников такого типа найти наименьший.