

Тест по Математике

Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 40 задач.

Решение каждой из задач, с тридцать первой по сороковую включительно, должно быть записано в листе ответов. Необходимо ясно показать ход решений этих задач.

Учтите, что чертежи, прилагаемые к некоторым задачам, не соответствуют точным размерам, указанным в условии этой задачи. Поэтому не стоит делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условием задачи.

Максимальный балл теста 59.

На выполнение теста отводится 3 часа 40 минут.

Желаем успехов!



Задача 1

1 балл

$$0,3^2 + \frac{2}{5} =$$

а) 0,49

б) 1,3

в) 0,13

г) 1

Задача 2

1 балл

Чему равно $a^2 + \frac{1}{a^2}$, если $a + \frac{1}{a} = 100$?

а) 9998

б) 9999

в) 10000

г) 10001

Задача 3

1 балл

Во сколько раз наименьшее общее кратное чисел 24 и 36 больше их наибольшего общего делителя?

а) в 24 раза

б) в 12 раз

в) в 8 раз

г) в 6 раз

Задача 4**1 балл**

Выразите в радианах величину угла 72° .

а) $\frac{\pi}{5}$

б) $\frac{2\pi}{5}$

в) $\frac{5\pi}{12}$

г) $\frac{7\pi}{18}$

Задача 5**1 балл**

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , имеем $AD = 15$ см, $BC = 9$ см, $CD = 6$ см и $\angle ADC = 30^\circ$. Найти площадь трапеции $ABCD$.

а) 36 см^2

б) 18 см^2

в) $18\sqrt{3} \text{ см}^2$

г) $24\sqrt{2} \text{ см}^2$

Задача 6**1 балл**

При каком значении параметра k график функции $y = \sqrt{x+k}$ проходит через точку $(1; 3)$?

а) -2 б) 2 в) 4 г) 8

Задача 7**1 балл**

Найти множество решений неравенства $x + \frac{2}{3x-12} > 3 + \frac{2}{3x-12}$.

а) $(3; +\infty)$

б) $(-\infty; 3)$

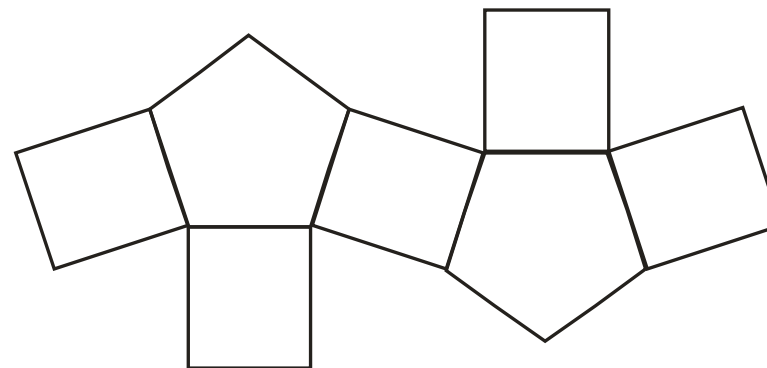
в) $(3; 4) \cup (4; +\infty)$

г) $(3; 4)$

Задача 8

1 балл

На рисунке дана развертка призмы.
Сколько ребер имеет эта призма?



а) 15

б) 18

в) 24

г) 7

Задача 9**1 балл**

Код представляет собой последовательность из четырех цифр, сумма первых двух цифр которого равна 17, а сумма последних двух цифр равна 5. Чему равно количество всех таких кодов?

а) 6

б) 8

в) 10

г) 12

Задача 10**1 балл**

Найти все значения параметра a для которых прямые $y = 3x + 5$ и $y = -2x + a - 6$ пересекаются в первой четверти координатной плоскости.

а) $a > 5$

б) $-6 < a < 5$

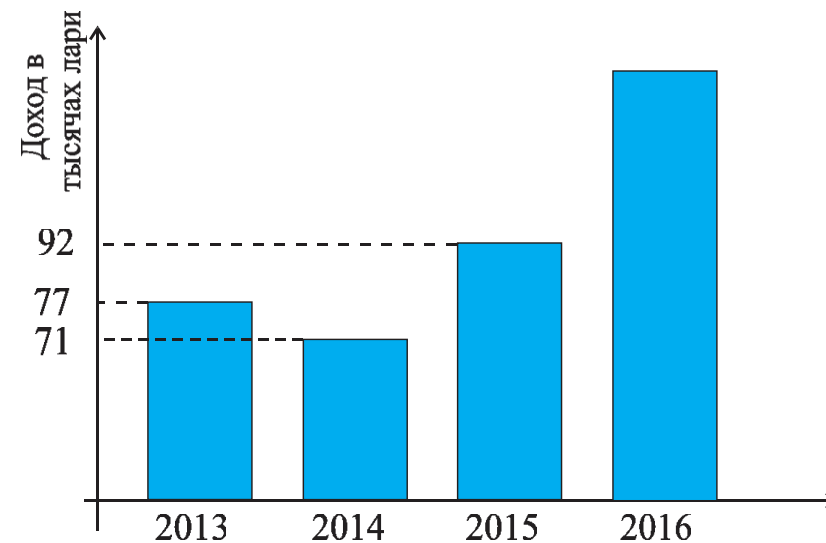
в) $a < 5$

г) $a > 11$

Задача 11

1 балл

Доход (в тысячах лари) полученный фирмой от экспорта представлен на столбиковой диаграмме (см. рисунок). Если эти данные мы представим на круговой диаграмме, то градусная мера сектора соответствующего доходу 2016 года будет 144° . Какой доход получила фирма в 2016 году?



а) 160 000 лари

б) 158 000 лари

в) 163 000 лари

г) 154 000 лари

Задача 12

1 балл

6 стульев на 4% дороже одного стола. На сколько процентов 9 таких же стульев дороже того же стола?

а) 60%

б) 56%

в) 44%

г) 36%

Задача 13**1 балл**

В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 12 см и 8 см соответственно. Чему равен вектор \overrightarrow{CD} , если $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$?

а) $\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$

б) $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$

в) $\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$

г) $\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$

Задача 14**1 балл**

Найти множество всех значений параметра k для которых уравнение $|x| = -k^2 + 3k + 4$ не имеет решения относительно x .

а) $(-\infty; -1)$

б) $(4; \infty)$

в) $(-\infty; -1) \cup (4; \infty)$

г) $(-\infty; \infty)$

Задача 15**1 балл**

Вычислите значение выражения $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$, если x_1 и x_2 являются корнями уравнения $3x^2 - 5x - 4 = 0$.

а) $\frac{37}{9}$

б) $\frac{41}{9}$

в) $\frac{61}{9}$

г) $-\frac{4}{3}$

Задача 16**1 балл**

Какая из нижеперечисленных функций не является четной функцией?

а) $f(x) = |x| - 1$ б) $f(x) = \frac{x - x^3}{x}$ в) $f(x) = \frac{(x-1)(x^2+1)}{x-1}$ г) $f(x) = \sqrt{x^2}$

Задача 17**1 балл**

При бросании фальшивой монеты вероятность выпадения решки вдвое больше вероятности выпадения герба. Найти вероятность того, что при бросании дважды такой монеты один раз выпадет герб, а другой раз - решка.

а) $\frac{1}{3}$

б) $\frac{4}{9}$

в) $\frac{2}{9}$

г) $\frac{2}{3}$

Задача 18**1 балл**

Сумма всех делителей числа 3^{100} равна

а) $\frac{3^{101} - 1}{2}$

б) $\frac{3^{100} + 1}{2}$

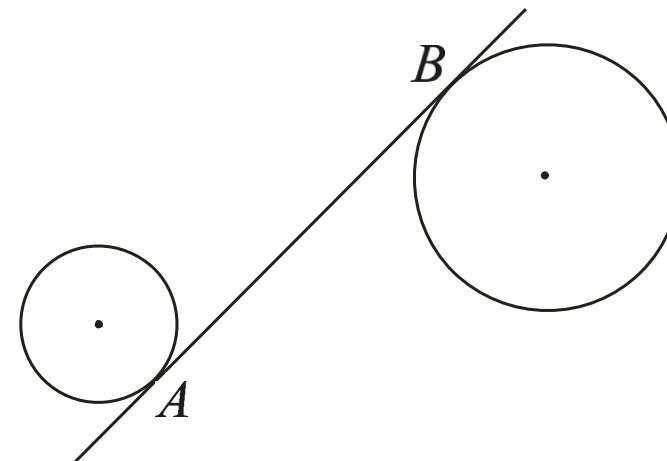
в) $\frac{3}{2}(3^{100} + 1)$

г) $\frac{3^{100} - 1}{2}$

Задача 19

1 балл

Прямая касается двух окружностей радиусов 2 см и 4 см в точках A и B так, как это показано на рисунке. Вычислите длину отрезка AB , если расстояние между центрами окружностей равно 10 см.



а) 7 см

б) 8 см

в) 9 см

г) 10 см

Задача 20**1 балл**

Два правильных треугольника со стороной a наложены друг на друга (совмещены друг с другом). Один треугольник повернули вокруг точки пересечения медиан на угол 60° . Найдите площадь полученной шестиконечной звезды.

а) $a^2\sqrt{3}$

б) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

в) $\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$

г) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$

Задача 21**1 балл**

Найдите сумму параметров a и b , если $x^3 + abx^2$ и $3x^2(ax+1)$ - тождественно равные многочлены относительно x .

а) 4

б) $9\frac{1}{3}$

в) 9

г) $10\frac{1}{3}$

Задача 22**1 балл**

Найдите расстояние от начала координат до прямой, заданной уравнением $y = \sqrt{3}(1 - x)$.

а) 1

б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

г) $\sqrt{3}$

Задача 23**1 балл**

Числовые данные состоят из 9 чисел. Изменение одного из этих чисел вызвало увеличение медианы данных на 10. На сколько увеличилась при этом их средняя?

- а) не увеличилась;
- б) увеличилась на 10;
- в) увеличилась на $\frac{10}{9}$;
- г) невозможно установить.

Задача 24**1 балл**

Из круга радиуса 6 см вырезали сектор. Найдите величину центрального угла этого сектора, если известно, что площадь оставшейся фигуры равна 33π см².

а) 30° б) 45° в) 60° г) 90°

Задача 25**1 балл**

Все стороны ромба касаются окружности. Найдите радиус этой окружности, если известно, что диагонали ромба равны 6 см и 4 см.

а) $\sqrt{3}$ см

б) $\frac{3}{2}$ см

в) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ см

г) $\frac{6}{\sqrt{13}}$ см

Задача 26**1 балл**

Найдите множество решений неравенства $\log_{0,5}(x+2) \geq 1$.

а) $(-2; +\infty)$

б) $(-2; -1,5]$

в) $(-\infty; -1,5]$

г) $[-1,5; +\infty)$

Задача 27**1 балл**

Прямая задана на координатной плоскости уравнением $y = 3x - 5$. Эта прямая параллельным переносом, определенным вектором $\vec{p}(6; -2)$, переходит в прямую, уравнение которой

а) $y = 3x - 25$

б) $y = 3x + 25$

в) $y = 3x + 15$

г) $y = 3x - 15$

Задача 28**1 балл**

Для скольких значений α , числовая последовательность $1 - \sin \alpha$, $\sin \alpha$, $1 + \sin \alpha$ составляет геометрическую прогрессию, если $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3}{2}\pi$?

а) ни одного

б) одного

в) двух

г) трех

Задача 29**1 балл**

Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см. Площадь наибольшей боковой грани равен 20см^2 . Найдите объем призмы.

а) 18см^3

б) 20см^3

в) 24см^3

г) 30см^3

Задача 30**1 балл**

В прямоугольной системе координат гомотетия с центром в начале координат и с коэффициентом k отображает точку $A(2; 3)$ в точку $B(2x - 1; x)$. Найти k .

а) $\frac{3}{2}$

б) $\frac{3}{4}$

в) $\frac{1}{4}$

г) $\frac{4}{3}$

Задача 31**2 балла**

Найдите множество решений неравенства $\frac{1-2x}{3+4x} < 0$.

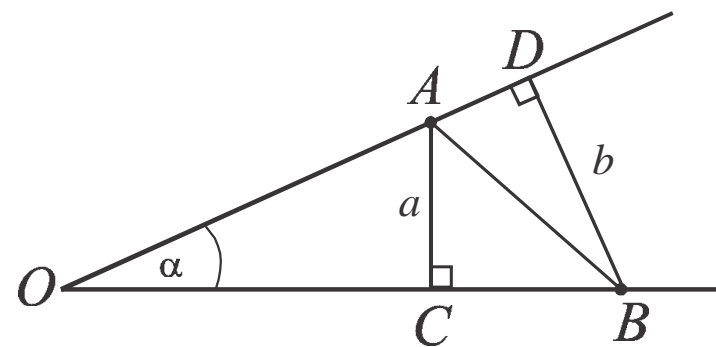
Задача 32

2 балла

Сумма первых семи членов арифметической прогрессии равна 81. Найдите четвертый член прогрессии.

Задача 33**2 балла**

В остром угле AOB расстояние от точки A до луча OB равно a , расстояние же от точки B до луча OA равно b (см. рисунок). Найдите площадь треугольника AOB , если $\angle AOB = \alpha$.



Задача 34**2 балла**

В классе 25 учеников. 15 из них приняли участие в олимпиаде по математике, а 8 - в олимпиаде по физике. Какова вероятность того, что наугад выбранный ученик из этого класса принял участие в обеих олимпиадах, если известно, что 6 учеников не приняли участие ни в одной из олимпиад?

Задача 35**3 балла**

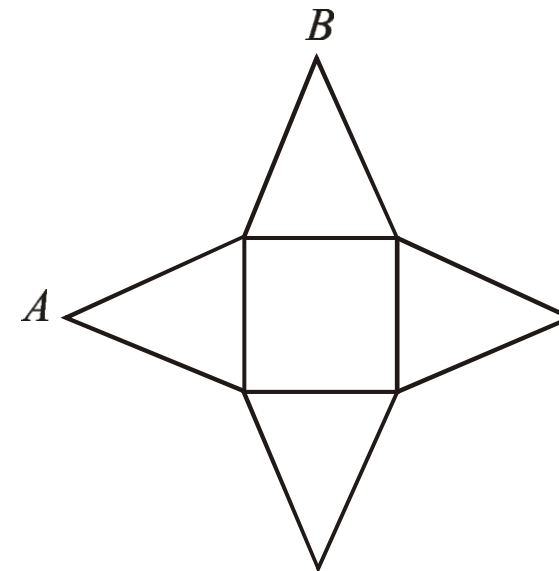
Найдите все решения уравнения $\sin(5x) = \frac{1}{2}$ из интервала $(0; 90^\circ)$.

Задача 36**3 балла**

Решите уравнение $\frac{\log_9(3x^2)}{\log_9 x} = 4$.

Задача 37**3 балла**

На плоскости дана развертка правильной четырехугольной пирамиды (см. рисунок). Найдите расстояние между вершинами A и B на этой плоскости, если объем пирамиды равен 8, а высота равна 3.



Задача 38**4 балла**

На сторонах AB , BC , CD и AD , прямоугольника $ABCD$ взяты точки K , L , M и N соответственно так, что $\frac{AK}{KB} = \frac{AN}{ND} = 1$, $\frac{BL}{LC} = \frac{DM}{MC} = 2$. Прямые KL и NM пересекаются в точке P . Найдите длину отрезка KP , если $AB = a$, $BC = b$.

Задача 39**4 балла**

Имеется два разных сплава из золота и серебра. Отношение массы золота к массе серебра в первом сплаве равно p , а во втором - q . В какой пропорции нужно взять эти сплавы, чтобы при их сплавлении получился сплав, содержащий равные доли золота и серебра, если $p < 1$, а $q > 1$?

Задача 40**4 балла**

Каким условиям должны удовлетворять параметры a и b , чтобы множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} (2a-3)x + 3y \leq 3b \\ 3x - 2y \leq 5 - 9b \end{cases} \text{ была бы } \underline{\text{пустой?}}$$