ერთიანი ეროვნული გამოცდა მათემატიკაში
2018 წელი

ტესტის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
დ	გ	ბ	ბ	დ	ბ	დ	ა	გ	ა	ბ	გ	ბ	დ	გ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
დ	დ	ა	გ	ა	ა	ა	ა	დ	გ	ბ	გ	გ	ბ	ა

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$x=-\frac{1}{3}$, $y=\frac{7}{8}$.	5,5	$\frac{\pi}{4}$	$120°$	$\frac{1}{4}$	$\log_{3/2} 3$	36π	$\frac{65}{12}$	$\frac{105}{22}$ კმ/სთ $< V <$ $\frac{35}{4}$ კმ/სთ	$-\frac{127}{16}$

ამოცანა 31 **2 ქულა**

ამოხსენით განტოლებათა სისტემა $\begin{cases} 3x+8y=6 \\ x+4y=\dfrac{19}{6} \end{cases}$

ამოხსნა

$$\begin{cases} 3x+8y=6 \\ x+4y=\dfrac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+8y=6 \\ x=-4y+\dfrac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12y+9,5+8y=6 \\ x=-4y+\dfrac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4y=-3,5 \\ x=-4y+\dfrac{19}{6} \end{cases}$$

საბოლოოდ მივიღებთ $x=-\dfrac{1}{3}$, $y=\dfrac{7}{8}$.

პასუხი: $x=-\dfrac{1}{3}$, $y=\dfrac{7}{8}$.

ამოცანა 32 **2 ქულა**

იპოვეთ 2, -4, 9, x, 10, 8 რიცხვითი მონაცემების მედიანა, თუ ამ მონაცემების საშუალო $\dfrac{14}{3}$-ის ტოლია.

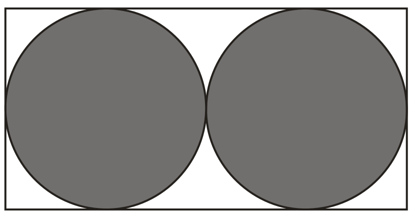
ამოხსნა

რადგან მონაცემების საშუალო $\dfrac{14}{3}$-ის ტოლია $\dfrac{2-4+9+x+10+8}{6}=\dfrac{14}{3} \Leftrightarrow x=3$, დავალაგოთ რიცხვითი მონაცემები ზრდის მიხედვით: $-4,\ 2,\ 3,\ 8,\ 9,\ 10$. ამიტომ მედიანა ტოლია 5,5-ის.

პასუხი: 5,5

ამოცანა 33 **2 ქულა**

მართკუთხედში ჩახაზულია ორი წრე. თითოეული წრე ეხება მართკუთხედის სამ გვერდსა და მეორე წრეს ისე, როგორც ეს სურათზეა ნაჩვენები. მართკუთხედის ფართობის რა ნაწილს წარმოადგენს გამუქებული ფიგურის ფართობი?



ამოხსნა

ვთქვათ წრეწირების რადიუსი ტოლია r-ის, მაშინ მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა $2r$, ხოლო მეორე გვერდის სიგრძეა $4r$. ამიტომ მართკუთხედის ფართობი ტოლია $8r^2$-ის, რადგან წრის ფართობი πr^2-ია, გამუქებული ფართობი იქნება მართკუთხედის ფართობის $\frac{2\pi r^2}{8r^2}=\frac{\pi}{4}$ ნაწილი.

პასუხი: $\frac{\pi}{4}$-ნაწილს.

ამოცანა 34 **2 ქულა**

იპოვეთ სამკუთხედის α კუთხის სიდიდე, თუ სამართლიანია ტოლობა $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=0$.

ამოხსნა

$\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}\alpha=-\sqrt{3}$. ე.ი. $\alpha=120°$.

პასუხი: $\alpha=120°$.

ამოცანა 35 **3 ქულა**

არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა ნულისაგან განსხვავებულია, ხოლო პირველი, მეხუთე და მეექვსე წევრები გეომეტრიულ პროგრესიას ქმნიან. იპოვეთ ამ გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი.

ამოხსნა 1

ვთქვათ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი წევრია a_1, ხოლო სხვაობაა d. რადგან a_1, $a_5=a_1+4d$, $a_6=a_1+5d$ გეომეტრიულ პროგრესიას ქმნიან, ამიტომ $(a_1+4d)^2=a_1(a_1+5d)$.

$$a_1^2+8a_1d+16d^2=a_1^2+5a_1d \Rightarrow 3a_1d=-16d^2 \Rightarrow a_1=-\frac{16}{3}d.$$

გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი ტოლია

$\frac{a_5}{a_1}=\frac{a_1+4d}{a_1}=\frac{-4d}{3}:\frac{-16d}{3}=\frac{1}{4}$.

პასუხი: $q=\frac{1}{4}$

ამოცანა 36 **3 ქულა**

ამოხსენით განტოლება $3^{2x}-2^{x+1}\cdot 3^{x}-3\cdot 2^{2x}=0$.

ამოხსნა

$$3^{2x}-2^{x+1}\cdot 3^{x}-3\cdot 2^{2x}=0 \Leftrightarrow$$
$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-2\left(\frac{3}{2}\right)^{x}-3=0 \Leftrightarrow$$
$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=-1 \text{ ან } \left(\frac{3}{2}\right)^{x}=3$$

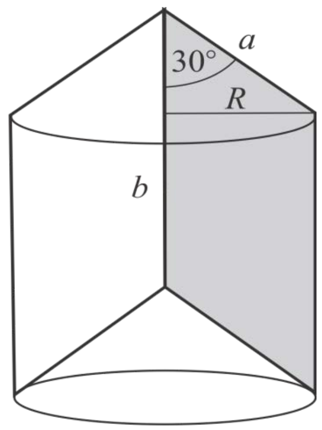
საიდანაც მივიღებთ $x=\log_{3/2}3$.

პასუხი: $x=\log_{3/2}3$.

ამოცანა 37 **3 ქულა**

პარალელოგრამი, რომლის გვერდების სიგრძეებია $a=4$ და $b=5$, ხოლო კუთხე მათ შორის $30°$-ია, ბრუნავს დიდი გვერდის გარშემო. იპოვეთ მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი.

ამოხსნა



მიღებული ბრუნვითი სხეულის ზედაპირის ფართობი $S=S_1+2S_2$, სადაც S_1 არის დიდი გვერდის ბრუნვით შექმნილი ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, ხოლო S_2 - მცირე გვერდის ბრუნვით შექმნილი კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

$R=a\cdot\sin 30°=\frac{a}{2}=2$.

$S_1=2\pi\cdot R\cdot b=20\pi$, $S_2=\pi\cdot R\cdot a=8\pi$.

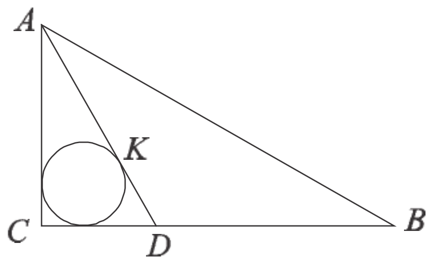
$S=36\pi$.

პასუხი: 36π .

ამოცანა 38 **4 ქულა**

ABC სამკუთხედში, სადაც $AC=6$, $CB=8$ და $\angle C=90°$, CB კათეტზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ ACD სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი 1-ის ტოლია. იპოვეთ ADB სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

ამოხსნა



ვთქვათ, CD-ს სიგრძეა x . მაშინ $S_{ACD}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot x=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\left(6+x+\sqrt{36+x^2}\right)$, საიდანაც მივიღებთ $5x-6=\sqrt{36+x^2}$. ავიყვანოთ კვადრატში განტოლების ორივე მხარე, მაშინ გვექნება $25x^2-60x+36=36+x^2 \Leftrightarrow 24x^2-60x=0 \Rightarrow x=\frac{60}{24}=\frac{5}{2}$.

(შევნიშნოთ, რომ $25/2-6>0$). მაშინ $AD=\sqrt{36+\frac{25}{4}}=\sqrt{\frac{169}{4}}=\frac{13}{2}$.

ADB სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი R -ის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ ფორმულით $R=\frac{AD}{2\sin B}=\frac{13/2}{2\cdot 6/10}=\frac{65}{12}$.

პასუხი. $\frac{65}{12}$.

ამოცანა 39 **4 ქულა**

A და B პუნქტებს შორის მანძილი 21 კმ-ია. მგზავრი A პუნქტიდან B პუნქტისკენ V სიჩქარით გაემგზავრა. თუ იგი სიჩქარეს გაზრდის 10%-ით, მაშინ ტურისტი 2 სთ-ში მთელი მანძილის ნახევარზე მეტს გაივლის, ხოლო თუ სიჩქარეს შეამცირებს 20%-ით, მაშინ მას B პუნქტამდე მისასვლელად 3 საათიც კი არ ეყოფა. იპოვეთ V-ს ყველა შესაძლო მნიშვნელობათა სიმრავლე.

ამოხსნა

ამოცანის პირობის თანახმად გვექნება

$$1{,}1V\cdot 2>\frac{21}{2} \Leftrightarrow V>\frac{105}{22}$$

და

$$0{,}8V\cdot 3<21 \Leftrightarrow V<\frac{35}{4} .$$

პასუხი: $\frac{105}{22}$ კმ/სთ $< V <$ $\frac{35}{4}$ კმ/სთ.

ამოცანა 40 4 ქულა

$f(x)=x^2+px+q$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა არის -10. ამასთან ცნობილია, რომ ამ ფუნქციის კლებადობის ინტერვალი მოიცავს $(-\infty;-7)$ შუალედს, ხოლო ზრდადობის ინტერვალი მოიცავს $\left(-\frac{3}{4};+\infty\right)$ შუალედს. ამ პირობების დამაკმაყოფილებელი ყველა p და q პარამეტრებისათვის იპოვეთ $p+q$ გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობა.

ამოხსნა

კვადრატული სამწევრის თვისებების გათვალისწინებით დავადგენთ, რომ ამ სამწევრით განსაზღვრული პარაბოლის წვეროს აბსცისა მოთავსებულია $\left[-7;-\frac{3}{4}\right]$ სეგმენტში, ხოლო წვეროს ორდინატა ტოლია -10 -ის. ე.ი.

$-7\le -\frac{p}{2}\le -\frac{3}{4}\Leftrightarrow \frac{3}{2}\le p\le 14$.

$-\frac{D}{4}=-10\Leftrightarrow p^2-4q=40\Rightarrow q=\frac{p^2}{4}-10$.

$p+q=p+\frac{p^2}{4}-10$.

ამრიგად, ამოცანა დავიყვანეთ $g(p)=\frac{p^2}{4}+p-10$ კვადრატული სამწევრის უმცირესი მნიშვნელობის პოვნაზე $\frac{3}{2}\le p\le 14$ შუალედში. g ფუნქციის გრაფიკის (პარაბოლას) წვეროს აბსცისაა $-\frac{1}{\frac{1}{2}}=-2$. მაშასადამე, $g(p)$ კვადრატული სამწევრი ზრდადია $[-2;+\infty)$ შუალედზე, მაშინ $\frac{3}{2}\le p\le 14$ შუალედში $g(p)$ ფუნქცია უმცირეს მნიშვნელობას ღებულობს $p_0=\frac{3}{2}$ წერტილზე.

$g\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{\frac{9}{4}}{4}+\frac{3}{2}-10=\frac{9}{16}+\frac{3}{2}-10=\frac{33}{16}-10=-\frac{127}{16}$.

პასუხი: $-\frac{127}{16}$.